

ESERCIZIO 1: Equilibrio di mercato e variazione di domanda e offerta

Le quantità domandate ed offerte di un certo bene sono descritte dalle seguenti funzioni:

$$Q = 10 - \frac{1}{2}P$$

$$Q = -3 + 6P$$

- Si indichi qual è la curva di domanda e qual è la curva di offerta;
- Si rappresentino graficamente le curve di domanda e di offerta e si calcoli il punto di equilibrio sia graficamente che analiticamente.

Ad un certo punto, intervengono nel mercato due diversi shock. A seguito di un aumento nel reddito dei consumatori, la domanda per il bene aumenta (il bene è normale). A seguito di un aumento del prezzo dei fattori produttivi impiegati per produrre il bene, l'offerta si riduce. Le nuove curve di domanda e di offerta sono:

$$Q = 15 - \frac{1}{2}P$$

$$Q = -6 + 6P$$

- Si rappresentino graficamente le nuove curve di domanda e di offerta e si calcoli analiticamente il nuovo punto di equilibrio. Come varia la quantità di equilibrio rispetto al caso precedente? Come varia il prezzo di equilibrio rispetto al caso precedente? Qual è lo shock che prevale, quello sulla domanda o quello sull'offerta?

ESERCIZIO 2: Equilibrio di mercato e prezzi regolamentati

Si considerino le seguenti funzioni di domanda e offerta:

$$Q = 40 - P$$

$$Q = 3P$$

- Qual è la curva di domanda? Qual è la curva di offerta?
- Si determini l'equilibrio di mercato sia graficamente che analiticamente;
- Si determini come si modifica l'equilibrio se l'autorità pubblica decide di imporre un prezzo massimo pari a $\bar{P}=8$. Si commenti il risultato e lo si rappresenti graficamente, calcolando, se necessario, l'eccesso di domanda del mercato.
- Cambiato governo, cambia la regolamentazione del mercato. Questa volta il prezzo imposto è un prezzo minimo pari a $\underline{P}=15$. Si commenti il risultato e lo si rappresenti graficamente, calcolando, se necessario, l'eccesso di offerta del mercato.

ESERCIZIO 3: Elasticità al prezzo calcolata in un punto

Modello base

In un determinato mercato, la domanda e l'offerta sono rappresentate dalle seguenti funzioni:

$$P = 100 - Q$$

$$P = \frac{1}{4}Q + 5$$

- Rappresentare graficamente le curve di domanda e di offerta. Qual è la curva di domanda, qual è la curva di offerta?
- Calcolare l'equilibrio di mercato $E_0 [P=24; Q=76]$;
- Calcolare l'elasticità della domanda e dell'offerta al prezzo nel punto $E_0 [\varepsilon_{D,P} = -6/19; \varepsilon_{S,P} = 24/19]$. Dire se la curva di domanda e di offerta è elastica o anelastica.

- d) Se l'offerta aumentasse un po' (provocando un piccolo spostamento verso destra della curva di offerta) che cosa succederebbe alla spesa totale dei consumatori? Perché? *[La spesa totale diminuirebbe. Ci sono due effetti in ballo: l'effetto di prezzo e l'effetto di quantità. Siccome la domanda è anelastica l'effetto di prezzo è più grande di quello di quantità.]*

Variazione della domanda

Supponiamo che, rispetto al modello base, raddoppi la domanda del bene in seguito ad un incremento di reddito: per ogni livello di prezzo, la domanda è raddoppiata rispetto al caso base.

- c) Qual è l'equazione della nuova curva di domanda $[P=100-(1/2)Q]$? La si rappresenti graficamente;
- d) Calcolare il nuovo equilibrio di mercato $E_1 [P=110/3; Q=380/3]$;
- e) Calcolare l'elasticità della domanda e dell'offerta al prezzo nel punto $E_1 [\varepsilon_{D,P} = -11/19; \varepsilon_{S,P} = 22/19]$.

Variazione dell'offerta

Supponiamo che, rispetto al modello base, l'offerta del bene aumenti del 50% in seguito al progresso tecnologico: per ogni livello di prezzo, l'offerta è più alta del 50% rispetto al caso base.

- f) Qual è l'equazione della nuova curva di offerta $[P=(1/6)Q+5]$? La si rappresenti graficamente;
- g) Calcolare il nuovo equilibrio di mercato $E_2 [P=130/7; Q=570/7]$;
- h) Calcolare l'elasticità della domanda e dell'offerta al prezzo nel punto $E_2 [\varepsilon_{D,P} = -13/57; \varepsilon_{S,P} = 26/19]$. Come è variata l'elasticità della domanda in E_2 rispetto al punto E_0 ?

ESERCIZIO 4: Tasse e benessere sociale

Modello base

Si consideri un mercato la cui domanda ed offerta sono così definite:

$$Q = 80 - P$$

$$Q = 3P$$

- a) Rappresentare graficamente le curve di domanda e di offerta. Qual è la curva di domanda, qual è la curva di offerta?
- b) Calcolare: l'equilibrio di mercato E_0 , il surplus del consumatore, il surplus del produttore $[P=20; Q=60; SC=1800; SP=600]$;

Accisa sui consumatori

- c) Determinare sia graficamente che analiticamente l'equilibrio di mercato E_t quando viene introdotta un'accisa pari a $t = 4$ euro sui consumatori, assieme al surplus dei consumatori, dei produttori ed al gettito dell'accisa per il governo $[P=19; Q=57; SC=1624,5; SP=541,5; G=228]$. Si determini l'ammontare della perdita secca dovuta dall'accisa e l'incidenza dell'accisa sui consumatori e sui produttori $[Perdita secca=6; Incidenza pari a 3 euro sui consumatori e pari a 1 euro sui produttori]$.

Accisa sui produttori

- d) Determinare sia graficamente che analiticamente l'equilibrio di mercato E_t quando viene introdotta un'accisa pari a $t = 3$ euro sui produttori, assieme al gettito dell'accisa per il governo $[P=89/4; Q=231/4; G=693/4]$. Si determini l'incidenza dell'accisa sui consumatori e sui produttori $[Incidenza pari a 9/4 di euro sui consumatori e pari a 3/4 euro sui produttori]$.

ESERCIZIO 5: Saggio marginale di sostituzione e scelta ottimale

Un consumatore trae utilità dal consumo del bene x e del bene y . Il saggio marginale di sostituzione, date le sue preferenze, è pari a

$$SMS_{x,y} = 2 \frac{y}{x}$$

- a) Indicate e rappresentate graficamente il vincolo di bilancio del consumatore quando il prezzo del bene x è $p_x=2$, il prezzo del bene y è $p_y=3$ e il reddito del consumatore è $M=24$.
- b) Calcolate le quantità di x e di y che individuano il paniere ottimo del consumatore [$x=8$; $y=8/3$].
- c) Si consideri la curva di indifferenza passante per il vincolo di bilancio in corrispondenza del paniere di consumo in cui $x=3$. Tale curva di indifferenza è associata ad un livello di utilità maggiore, uguale o inferiore rispetto al paniere ottimale? [*Il livello di utilità della curva di indifferenza passante per $x=3$ è inferiore*]. Si giustifichi la risposta.

Introduzione alla teoria dei giochi: esempi/esercizi

(alcuni esercizi sono presi da Osborne, 2004, "An introduction to game theory", altri dalle esercitazioni di Microeconomia del dott. Dragone che ringrazio)

Esempio 1 (funzione di utilità che rappresenta le preferenze)

Una persona deve scegliere tra 3 pacchetti vacanza: andare a New York, a Parigi oppure a Venezia. Lei, tra le tre, preferisce andare a New York perché non ci è mai stata, ed è indifferente tra altre due opzioni.

Queste preferenze possono essere rappresentate da qualsiasi funzione di utilità che assegna lo stesso numero ai pacchetti Parigi e Venezia, e un numero più alto al viaggio a New York. Esempio: $u(\text{New York})=10$, $u(\text{Parigi})=u(\text{Venezia})=5$.

Esempio 2 (rappresentazioni alternative di preferenze)

Le preferenze di un decisore sull'insieme di azioni disponibili $A = \{a,b,c\}$ sono rappresentate dalla seguente funzione di utilità: $u(a)=0$, $u(b)=1$, $u(c)=4$.

Sono rappresentate anche dalla funzione v tale che: $v(a)=-1$, $v(b)=0$ e $v(c)=2$?

E dalla funzione w tale che: $w(a)=w(b)=0$ e $w(c)=8$?

Esempio 3 (funzione di utilità attesa)

Un consumatore ha 1000 euro da investire. Egli può comprare delle azioni al prezzo di 10 euro l'una, oppure può mettere questi soldi in banca.

La prima possibilità comporta molta incertezza perché il prezzo delle azioni può cambiare in base all'andamento del mercato finanziario. In particolare, se il mercato finanziario non crolla il prezzo delle azioni salirà a 20 euro, se invece crolla il prezzo scenderà a 5 euro. D'altra parte mettere i soldi in banca non comporta alcun rischio, in quanto il decisore sa di ottenere un reddito certo di 1005 euro.

Cosa farà il consumatore dato che assegna le seguenti probabilità (Pr) allo stato del mercato finanziario, $Pr(\text{mercato finanziario crolla})=0,25$?

Esercizio 4 (Contribuire ad un bene pubblico, ad esempio un parco o una piscina)

n persone devono scegliere se contribuire o meno alla fornitura di un bene pubblico pagando un costo. Questo bene è fornito solo se almeno $2 \leq k \leq n$ persone decidono di contribuire; se il bene non è fornito, il costo non viene rimborsato. Ogni persona ha le seguenti preferenze sull'insieme delle possibili situazioni sociali (dalla più preferita alla meno preferita): (i) il bene è fornito e la persona non contribuisce, (ii) il bene è fornito e la persona contribuisce, (iii) il bene non viene fornito e lei non contribuisce, (iv) il bene non è fornito e lei contribuisce.

Rappresentare sotto forma strategica questo gioco e trovare gli equilibri di Nash.

Esercizio 5 (Strategie strettamente e debolmente dominate)

	L	C	R
T	0,0	1,0	1,1
M	1,1	1,1	3,0
B	1,1	2,1	2,2

Nel gioco rappresentato, T, M e B sono le strategie a disposizione del giocatore 1 (giocatore riga) e L, C ed R quelle a disposizione del giocatore 2 (giocatore colonna).

- 1) Ci sono strategie strettamente dominate? E strategie debolmente dominate?
- 2) Risolvete il gioco trovando gli (o l') equilibri(o) di Nash in strategie pure

Esercizio 6

Considerato il seguente gioco in forma normale.

	B	F
B	3,1	0,0
F	0,0	1,3

Per ogni strategia del giocatore 1, costruire un grafico dell'utilità attesa in funzione della probabilità p che egli assegna alla strategia B, nei 3 casi in cui la probabilità che il giocatore 2 assegna alla strategia b è $q=0$, $q=1/2$ e $q=1$.

Esercizio 7

Trovare gli EN in strategie pure e in strategie miste della battaglia dei sessi, rappresentata come gioco in forma normale nell'Esercizio 6.

Esercizio 8

Trovare gli EN in strategie pure e in strategie miste del seguente gioco in forma normale

	S	C
S	1,1	0,2
C	2,0	-1,-1

Esercizio 9

Trovare gli EN in strategie pure e in strategie miste del seguente gioco in forma normale

	L	R
T	6,0	0,6
B	3,2	6,0

Esercizio 10

Trovare gli EN in strategie pure e in strategie miste del seguente gioco in forma normale

	G	M	D
H	2,2	2,1	3,0
B	1,2	3,3	2,1

Esercizio 11

	B ₁	B ₂
A ₁	3,3	9,2
A ₂	2,9	7,7

Nel gioco rappresentato, A₁ e A₂ sono le strategie a disposizione del giocatore A (giocatore riga) e B₁ e B₂ quelle a disposizione del giocatore B (giocatore colonna).

- 1) Ordinate i possibili esiti del gioco secondo le preferenze del giocatore A.
- 2) Verificate se uno dei due giocatori possiede una strategia dominante.
- 3) Ordinate i possibili esiti del gioco attraverso il criterio di Pareto.

ESEMPIO 12: STRATEGIE DOMINANTI E EQUILIBRI DI NASH

I due supermercati di una piccola città devono decidere se restare aperti anche la domenica oppure no. Per ciascuno dei due esercizi commerciali, il successo dell'iniziativa dipenderà anche dalla decisione del concorrente. I possibili risultati del gioco (in termini di profitti mensili) sono illustrati nella seguente matrice dei pagamenti:

		Supermercato B	
		<i>Aprire</i>	<i>Non Aprire</i>
Supermercato A	<i>Aprire</i>	200, 300	250, 200
	<i>Non Aprire</i>	100, 350	150, 250

Per ciascuno dei due negozi, aprire la domenica è la strategia migliore, *qualunque cosa faccia il concorrente*. Analizziamo infatti il problema del supermercato A: se A apre la domenica, guadagna 200 (nel caso che apra anche B) oppure 250 (nel caso che B non apra); se invece decide di restare chiuso, guadagnerà 100 (nel caso in cui B apra) oppure 150 (nel caso che B non apra). Quindi per il supermercato A aprire la domenica è la strategia dominante, ovvero la strategia migliore a prescindere da quello che farà il supermercato B. Lo stesso ragionamento vale anche per B. Quindi l'unico equilibrio del gioco è quello in cui entrambi i supermercati aprono la domenica, ed è un *equilibrio in strategie dominanti*. Si noti che un equilibrio in strategie dominanti è anche un equilibrio di Nash (ma non viceversa!): aprire la domenica è la migliore strategia possibile *data la decisione del concorrente*, e questo vale per entrambi i soggetti.

Se la matrice dei pagamenti fosse modificata nel modo seguente:

		Supermercato B	
		<i>Aprire</i>	<i>Non Aprire</i>
Supermercato A	<i>Aprire</i>	200, 300	250, 200
	<i>Non Aprire</i>	100, 240	150, 250

In questo caso tenere aperto la domenica sarebbe ancora la strategia dominante per A. Invece B sceglierebbe di aprire la domenica solo se aprisse anche A, mentre se A non aprisse neanche a B converrebbe aprire (questo può essere spiegato col fatto che per B è molto costoso aprire la domenica, e lo farebbe solo per non perdere clientela nel caso in cui anche A aprisse). Se però B sa che A aprirà il supermercato, cioè se B sa che la strategia dominante di A è aprire, anche B avrà la sua strategia dominante che sarà quella di aprire. In questo caso il gioco si risolve per dominanza iterata. L'unico equilibrio di Nash di questo gioco è *(Aprire, Aprire)*, come nel caso precedente.

ESEMPIO 13: MOLTEPLICITA' DI EQUILIBRI

Consideriamo il seguente gioco, chiamato "Chi è il coniglio?", ispirato alla famosa scena del film "Gioventù bruciata". Il gioco consiste nel lanciarsi in macchina a gran velocità l'uno verso l'altro, e nel fare a gara a chi sterza per ultimo. Supponiamo che la matrice dei pagamenti di questo gioco sia la seguente:

		Individuo B	
		<i>Sterzare</i>	<i>Non Sterzare</i>
A	<i>Sterzare</i>	1,1	0,2
	<i>Non Sterzare</i>	2,0	-3, -3

Esaminiamo le strategie ottimali di ciascuno dei due giocatori (dato che è un gioco simmetrico è sufficiente fare l'analisi per uno dei due giocatori). Consideriamo l'individuo A: se B sterza per primo, la strategia migliore è di non sterzare, se invece B "resiste" la strategia migliore è sterzare. Lo stesso vale simmetricamente per lo sfidante. Quindi in questo gioco vi sono due equilibri di Nash: uno in cui sterza per primo B e A procede dritto, e quello simmetrico in cui è l'individuo A a sterzare per primo mentre B va dritto. In mancanza di un accordo tra le parti giochi di questo tipo non hanno una soluzione univoca: possiamo solo dire che ciascuno dei due equilibri è stabile, in quanto nessun giocatore ha interesse a deviare data la scelta dell'altro e quindi entrambi gli equilibri possono verificarsi.

ESERCIZIO 14

		B		
		L	M	N
A	a	$\pi_A=7$ $\pi_B=3$	$\pi_A=5$ $\pi_B=8$	$\pi_A=3$ $\pi_B=5$
	b	$\pi_A=8$ $\pi_B=6$	$\pi_A=6$ $\pi_B=4$	$\pi_A=1$ $\pi_B=3$

Nel gioco rappresentato, a e b sono le strategie a disposizione del giocatore A e L, M ed N quelle a disposizione di B.

- 1) Risolvete il gioco applicando il concetto di soluzione di dominanza iterata.
- 2) Esiste un equilibrio di Nash in strategie pure?

ESERCIZIO 15

		B	
		B_1	B_2
A	A_1	$\pi_A=3$ $\pi_B=3$	$\pi_A=3$ $\pi_B=3$
	A_2	$\pi_A=2$ $\pi_B=7$	$\pi_A=5$ $\pi_B=5$

Nel gioco rappresentato, A_1 e A_2 sono le strategie a disposizione di A e B_1 e B_2 quelle a disposizione di B.

- 1) Verificate se uno dei due giocatori possiede una strategia dominante.
- 2) Esiste un equilibrio di Nash in strategie pure?
- 3) Fornite almeno tre diverse rappresentazioni in forma estensiva del gioco.

ESERCIZIO 16

Due imprese A ed B operano in un regime di duopolio. Ogni impresa dispone di due strategie di prezzo: prezzo alto (PA) e prezzo basso (PB). I loro profitti sono rappresentati nella seguente matrice dei pagamenti:

		B	
		<i>P_A</i>	<i>P_B</i>
A	<i>P_A</i>	$\pi_a=5$ $\pi_b=5$	$\pi_a=0$ $\pi_b=8$
	<i>P_B</i>	$\pi_a=8$ $\pi_b=0$	$\pi_a=2$ $\pi_b=2$

- 1) Esiste una strategia dominante?
- 2) Si determini l'equilibrio di Nash e se ne discuta l'efficienza Paretiana.
- 3) Si discuta brevemente il significato economico del gioco.

ESERCIZIO 17

Sul mercato delle bibite operano due imprese, la Peppi e la Cocca Cola. Ogni impresa ha due strategie di prezzo a disposizione: la prima, P_A , prevede prezzi alti mentre la seconda, P_B , prevede prezzi bassi. I profitti delle due imprese sono rappresentati dalla seguente matrice dei profitti:

		PEPPI	
		<i>P_A</i>	<i>P_B</i>
COCCA COLA	<i>P_A</i>	$\pi_{cc}=10$ $\pi_p=10$	$\pi_{cc}=-5$ $\pi_p=20$
	<i>P_B</i>	$\pi_{cc}=20$ $\pi_p=-5$	$\pi_{cc}=0$ $\pi_p=0$

- 1) Esistono strategie dominanti per le due imprese?
- 2) Come si modificherebbe l'equilibrio del gioco se le due imprese formassero un cartello?

ESERCIZIO 18

Considerate il seguente gioco dinamico con informazione perfetta. Il gioco è tra un'impresa e un sindacato. All'inizio del gioco il sindacato presenta una proposta salariale w che può essere alta, media o bassa. Dopo che il sindacato ha presentato la proposta, l'impresa può accettare o rifiutare. Le preferenze rappresentate dalle utilità sono le seguenti. Se l'impresa rifiuta la proposta salariale, entrambi i giocatori hanno un'utilità pari a zero. Questa situazione è la peggiore di tutte per entrambi i giocatori. L'impresa preferisce l'esito del gioco in cui w è basso e lei accetta all'esito in cui w è medio e lei accetta all'esito in cui w è basso e lei accetta. Il sindacato preferisce l'esito del gioco in cui w è alto e l'impresa accetta all'esito in cui w è medio e l'impresa accetta all'esito in cui w è basso e l'impresa accetta.

- a) Rappresentate questo gioco in forma estesa
- b) Trovate gli equilibri di Nash perfetti nei sottogiochi
- c) Trovate gli equilibri di Nash in strategie pure

ESERCIZIO 19

	L	R
T	0,2	0,0
M	2,1	1,2
B	1,1	2,2

Nel gioco rappresentato, T, M e B sono le strategie a disposizione del giocatore 1 (giocatore riga) e L ed R quelle a disposizione del giocatore 2 (giocatore colonna).

- 1) Risolvete il gioco applicando il concetto di soluzione di dominanza iterata.
- 2) Esiste un equilibrio di Nash in strategie pure?

ESERCIZIO 20

	L	M	R
T	2,2	0,3	1,3
B	3,2	1,1	0,2

Nel gioco rappresentato, T e B sono le strategie a disposizione del giocatore 1 (giocatore riga) e L, M ed R quelle a disposizione del giocatore 2 (giocatore colonna).

- 1) Verificate se uno dei due giocatori possiede una strategia dominante.
- 2) Trovate gli o l' equilibri(o) di Nash in strategie pure
- 3) Fornite due diverse rappresentazioni in forma estensiva del gioco.

ESERCIZIO 21

A

	E	F
C	0,0,0	0,0,0
D	0,0,0	0,1,1

B

	E	F
C	1,0,0	2,0,0
D	1,0,0	4,4,4

Il gioco rappresentato è un gioco simultaneo a 3 giocatori. Il giocatore 1 ha due strategie a disposizione, A o B, cioè deve scegliere una delle due matrici di payoff; il giocatore 2 ha a disposizione le strategie C e D; infine il giocatore 3 ha a disposizione le strategie E ed F. I payoff all'interno delle matrici sono tali che il primo numero è il pagamento che riceve il giocatore 1, il secondo numero è il pagamento che riceve il giocatore 2, il terzo numero è il pagamento che riceve il giocatore 3.

- 1) Verificate se uno dei tre giocatori possiede una strategia dominante.
- 2) Trovate gli o l' equilibri(o) di Nash in strategie pure

ESERCIZIO 22

	E	F	G	H
A	2,1	4,2	3,3	9,0
B	3,5	8,4	0,2	7,1
C	4,7	9,1	1,6	5,2
D	1,1	7,2	2,7	4,3

Nel gioco rappresentato, A, B, C e D sono le strategie a disposizione del giocatore 1 (giocatore riga) e E, F, G e H quelle a disposizione del giocatore 2 (giocatore colonna).

- 1) Verificate se ci sono strategie strettamente dominate
- 2) Trovate gli equilibri di Nash in strategie pure e in strategie miste