Applicazioni della Teoria dei Giochi alle Scienze Sociali

Luca Lambertini
Dipartimento di Scienze Economiche
Università di Bologna
Strada Mggiore 45, 40125 Bologna
tel.: 051-2092623, fax: 051-2092664
e-mail: lamberti@spbo.unibo.it
ENCORE, Dipartimento di Economia
Università di Amsterdam, Roetersstraat 11
WB1018 Amsterdam

August 30, 2004

1 Introduzione

Il principale campo di applicazione della teoria dei giochi è l'economia, ed in particolare la teoria dell'organizzazione industriale. Tuttavia, innumerevoli situazioni sociali, politiche ed economiche, molte delle quali sono note a tutti noi, sono caratterizzate dal fatto che gli interessi degli individui o dei soggetti coinvolti sono in contrasto, e questo impedisce che venga perseguito l'interesse comune. Due esempi aiuteranno a chiarire la questione.

Il primo esempio è molto familiare alla maggior parte degli studenti. Supponiamo che vi siano due studenti che dividono lo stesso appartamento, e discutono dell'opportunità di acquistare un televisore in comune. Ciascuno di loro valuta la presenza del televisore $k \geq 200$. Il prezzo del televisore è 400 euro, e ciascuno dei due studenti possiede esattamente 400 euro. Quindi, ciascuno di loro è in grado di acquistarlo individualmente, ma poi non sarebbe in grado di escludere l'altro dalla fruizione del televisore.[1] Inoltre, sarebbe conveniente dividere la spesa a metà, ottenendo il televisore e risparmiando 200 euro a testa. I due ragazzi studiano in facoltà diverse. La sera precedente la data prevista per l'acquisto, stabiliscono di trovarsi al negozio alla fine delle lezioni, per acquistare il televisore. Ciascuno di loro si recherà al negozio dalla rispettiva facoltà. Se si presentano entrambi, pagano 200 euro a testa, altrimenti se si presenta uno solo di loro, paga interamente il prezzo di 400 euro. É facile verificare che, se $200 \leq k < 400$, nessuno dei due si presenterà in negozio. Il perchè emerge dalla matrice 1, in cui SI indica che lo studente va in negozio, e NO indica che non ci va.

		studente 2	
		SI	NO
studente 1	SI	$k+200\,;\,k+200$	$k\,;\,k+400$
	NO	$k+400\,;\,k$	$400\,;\,400$

Matrice 1: l'acquisto del televisore

Siccome $k+400 > k+200$, se lo studente 2 va in negozio, la cosa migliore che può fare lo studente 1 è andarsene a casa in attesa che il suo collega arrivi con il televisore. Se lo studente 2 non va in negozio, la scelta migliore per 1 dipende da quanto valuta la possibilità di guardare i programmi televisivi.

[1] Vale a dire che il televisore è non rivale e non escludibile, cioè è un bene pubblico.

Se $200 \leq k < 400$, preferisce tenersi i 400 euro. Siccome lo studente 2 si trova esattamente nelle stesse condizioni, nessuno dei due andrà in negozio se $200 \leq k < 400$, e resteranno senza televisore.

Questo è solo un semplice esempio che ha lo scopo di evidenziare che la teoria dei giochi può essere utilizzata per descrivere un amplissimo spettro di contesti caratterizzati da qualche genere di interazione strategica, e che alcuni di tali contesti sono in buona misura 'insospettabili', perchè magari sono fin troppo familiari e quindi sembrano poco rilevanti. Vi sono però campi di applicazione che tutti consideriamo estremamente rilevanti, ad esempio quelli che hanno a che vedere con le relazioni politico-militari tra paesi, in particolare tra le grandi potenze.

In questo ambito, una situazione ben nota a tutti è quella della corsa agli armamenti, che ha costituito uno dei temi più importanti della politica internazionale durante la cosiddetta *Guerra Fredda*. Se il paese avversario costruisce dei missili intercontinentali a testata multipla, è conveniente per noi fare lo stesso? Il problema è descritto dalla matrice 2, in cui SM e NM indicano le scelte 'sì ai missili' e 'no ai missili'.

		Paese 2	
		SM	NM
Paese 1	SM	10 ; 10	200 ; 0
	NM	0 ; 200	100 ; 100

Matrice 2: la corsa agli armamenti

Naturalmente i numeri sono arbitrari, ma sono stati scelti in modo da rispecchiare correttamente l'atteggiamento delle grandi potenze a partire dalla fine della Seconda Guerra Mondiale fino alla fine degli anni Ottanta. I numeri indicano il livello di soddisfazione che un Paese trae da una qualsiasi delle quattro situazioni possibili. É ovvio che un mondo senza missili è migliore di un mondo in cui tutti hanno i missili, ma non avere missili è imbarazzante se l'altro Paese li ha. Siccome $10 > 0$ e $200 > 100$, entrambi i Paesi vogliono dotarsi dei missili intercontinentali.

Questi due giochi sono altrettanti esempi di dilemma del prigioniero, in cui esiste un solo equilibrio di Nash in strategie pure ed è anche in strategie dominanti. Il gioco della corsa agli armamenti ha rappresentato in realtà la forma originale in cui era stato concepito il dilemma del prigioniero. A scopo divulgativo si è poi usata, a partire dalla prima metà degli anni '50, la parabola dei due prigionieri, essenzialmente perchè l'attività degli studiosi di teoria dei giochi era coperta da segreto militare, e in parte anche per comunicare la natura generale del risultato ad un pubblico più ampio e variegato, non necessariamente interessato ai problemi della Guerra Fredda.[2]

Il materiale proposto nel seguito offre una panoramica, intenzionalmente variegata ma per ovvie ragioni non esaustiva, delle possibili applicazioni della teoria dei giochi alle scienze sociali, e vuole anche chiarire, soprattutto attraverso giochi in strategie continue piuttosto che banali esempi in forma matriciale costruiti *ad hoc*, quanto frequente sia il ripetersi di schemi tipici in ambiti apparentemente piuttosto diversi.[3]

2 Differenziazione del prodotto e elezioni

A partire dai contributi pionieristici di Hotelling (1929) e Chamberlin (1933), la formalizzazione dell'incentivo, da parte delle imprese, a differenziare reciprocamente le proprie produzioni per ammorbidire la concorrenza di prezzo ha prodotto una letteratura estremamente vasta, che dimostra quale fosse il potenziale contenuto nell'idea originale di Hotelling attraverso uno spettro di applicazioni e di sviluppi quanto mai variegato. Tuttavia, è il caso di rilevare che il problema che ha ricevuto la maggiore attenzione all'interno di questa letteratura è quello dell'esistenza dell'equilibrio e, per naturale estensione, della sua caratterizzazione. In particolare, il connotato saliente di questa linea di ricerca è quello di fornire, come rilevante sottoprodotto, una serie di *principi di differenziazione* (o candidati a tale titolo), che dovrebbero farsi portatori della descrizione sintetica del comportamento delle imprese riguardo la scelta fondamentale che esse devono compiere nei modelli in questione.

In questa sede, mi limiterò a trattare i problemi di esistenza e caratterizzazione all'interno dei modelli più noti di differenziazione spaziale e ad accennare le estensioni riguardanti alcune versioni di tali modelli che includano caratteristiche tipiche della differenziazione orizzontale.

Come vedremo nel corso della trattazione, questa letteratura è di natura piuttosto contraddittoria. Infatti, pur avendo prodotto risultati ragguarde-

[2]Per una accattivante e dettagliata esposizione della vicenda, rimandiamo a Nasar (1998).

[3]Molti altri esempi al riguardo si trovano in Ordeshook (1986, 1989, 1992), a cui rimando il lettore interessato.

voli e spesso dotati di un forte potere interpretativo nei confronti dei fenomeni del mondo reale, non ha raggiunto conclusioni che appaiano definitive, se non in misura limitata. La ricerca di un *principio di differenziazione* che caratterizzi in modo stilizzato e intuitivo il comportamento delle imprese si è sostanzialmente rivelata infruttuosa, in quanto le conclusioni raggiunte permettono sì di affermare che, in generale, le imprese sceglieranno di differenziarsi reciprocamente in equilibrio, ma l'ammontare della differenziazione e i criteri con cui essa verrà scelta dipenderanno drasticamente dalla specificazione del modello. Questo per quanto riguarda modelli unidimensionali; in modelli multidimensionali, un risultato apparentemente consolidato afferma che una sola dimensione verrà sfruttata completamente in equilibrio, mentre tutte le altre risulteranno superflue.

Il prossimo paragrafo propone i due teoremi fondamentali che legano l'esistenza dell'equilibrio nei prezzi (e dell'equilibrio perfetto nei sottogiochi in due stadi) nonchè l'ammontare di differenziazione osservato in equilibrio alle caratteristiche di curvatura dei costi di trasporto, vale a dire, della disutilità sopportata dai consumatori nell'acquistare beni diversi dai preferiti. Vengono sinteticamente messi in luce i motivi, legati alla struttura delle preferenze, alla base della non esistenza dell'equilibrio in strategie pure. Poi si esamina la versione dello stesso modello che può descrivere la competizione elettorale basata sulla scelta della piattaforma, ovvero del programma politico proposto agli elettori al momento delle votazioni.

2.1 Il legame tra costo di trasporto e differenziazione

Un'idea consolidata nel campo della competizione spaziale è quella secondo cui l'ammontare di differenziazione determinato dalle scelte di equilibrio delle imprese dipende dalle preferenze dei consumatori, ed in particolare dal modo in cui il costo di trasporto entra nella definizione della funzione di utilità del consumatore generico. Hotelling (1929) considera una popolazione di consumatori, normalizzata ad uno, uniformemente distribuita su di un segmento unitario. Il mercato è servito da due imprese (1 e 2) che offrono un prodotto omogeneo in tutto tranne che per la collocazione lungo il segmento, x_1 per l'impresa 1 e x_2 per l'impresa 2, con $x_1 \in [0, x_2]$. Le imprese competono in un gioco a due stadi, il primo nelle collocazioni e il secondo nei prezzi. Ogni consumatore acquista una unità del bene, scegliendo l'impresa da cui è in grado di ottenere il surplus netto maggiore, dati i prezzi e le collocazioni. Il surplus netto di un generico consumatore che si trovi in $m \in [0, 1]$ è definito da:

$$U = s - p_i - t\,|d| \tag{1}$$

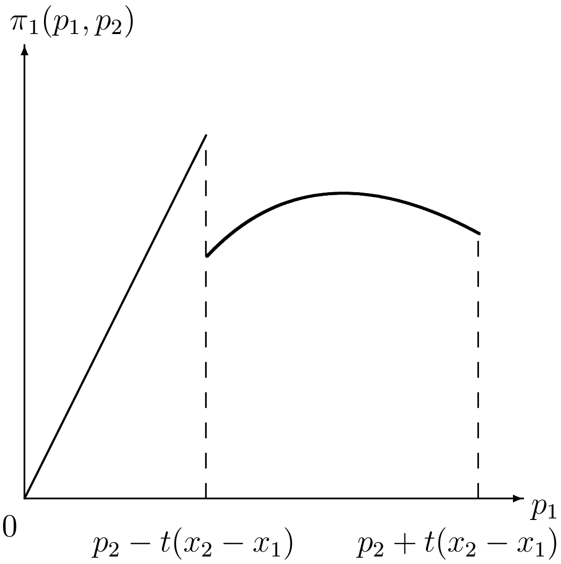
dove s è il surplus lordo, p_i è il prezzo di mercato praticato dall'impresa i e d è la distanza tra m ed x_1 se $i = 1$, oppure tra m e x_2 se $i = 2$. La posizione $\widetilde{m}$ del consumatore indifferente tra le due imprese si ottiene risolvendo

$$p_1 + t(\widetilde{m} - x_1) = p_2 + t(x_2 - \widetilde{m}) \tag{2}$$

ovvero $\widetilde{m} = (p_2 - p_1 + t(x_1 + x_2))/(2t) \in [x_1,\, x_2]$ se e solo se $|p_2 - p_1| \leq t(x_2 - x_1)$. Questo è già sufficiente a far sospettare che l'esistenza dell'equilibrio nei prezzi sia tutt'altro che scontata. Sotto l'ipotesi di copertura totale del mercato, le funzioni di domanda sono:

$$q_1 = \widetilde{m}\,;\; q_2 = 1 - \widetilde{m}\,. \tag{3}$$

Figura 1. Funzione di profitto



Data la simmetria del modello, possiamo limitarci a valutare la funzione di profitto dell'impresa 1, che è

$$\pi_1 = \frac{p_1(p_2 - p_1 + t(x_1 + x_2))}{2t} \text{ per tutti i } |p_2 - p_1| \leq t(x_2 - x_1), \tag{4}$$

altrimenti è $\pi_1 = p_1$ per tutti i $p_1 < p_2 - t(x_2 - x_1)$, e infine è $\pi_1 = 0$ per tutti i $p_1 > p_2 + t(x_2 - x_1)$. La funzione obiettivo della generica impresa i presenta quindi due discontinuità in corrispondenza di tutti quei prezzi ai quali i consumatori a sinistra (rispettivamente, a destra) della prima (rispettivamente, seconda) impresa sono indifferenti tra i due prodotti. Questo è illustrato nella figura 1, in relazione alle condizioni evidenziate sopra a proposito dell'impresa 1.

Il seguente risultato stabilisce le condizioni necessarie e sufficienti su x_1 e x_2 per garantire l'esistenza dell'equilibrio nei prezzi, definito dalla coppia (p_1^*, p_2^*), in strategie pure.

Proposizione 1 (d'Aspremont *et al.*, 1979) *Per $x_1 = x_2$, l'unico equilibrio nei prezzi è $p_1^* = p_2^* = 0$. Per ogni $x_1 \in [0, x_2)$, esiste un equilibrio nei prezzi, se e solo se*

$$\left(1 + \frac{x_1 + x_2 - 1}{3}\right)^2 \geq \frac{4}{3}\left[x_1 + 2\left(1 - x_2\right)\right];$$

$$\left(1 + \frac{1 - x_1 - x_2}{3}\right)^2 \geq \frac{4}{3}(2x_1 + 1 - x_2)$$

Quando esiste, tale equilibrio è unico.

Dimostrazione La soluzione del gioco in due stadi si ottiene per induzione a ritroso. Dalle condizioni di primo ordine relative allo stadio di mercato, si ottiene la seguente coppia di prezzi, candidati all'equilibrio di Nash del secondo stadio:

$$p_1^*(x_1, x_2) = t\left(1 + \frac{x_1 + x_2 - 1}{3}\right); \quad p_2^*(x_1, x_2) = t\left(1 + \frac{1 - x_1 - x_2}{3}\right). \tag{5}$$

Sostituendoli nella (4) e semplificando, si ricavano le funzioni di profitto definite unicamente in termini delle collocazioni:

$$\pi_1(x_1, x_2) = \frac{t}{2}\left(1 + \frac{x_1 + x_2 - 1}{3}\right)^2; \quad \pi_2(x_1, x_2) = \frac{t}{2}\left(1 + \frac{1 - x_1 - x_2}{3}\right)^2. \tag{6}$$

Si consideri ora il prezzo $p_i = p_j^* - t(x_2 - x_1) - \epsilon$, con ϵ positivo e piccolo a piacere. Data questa combinazione di prezzi, l'impresa i diventa monopolista con profitti pari a $\pi_i^m = p_j^* - t(x_2 - x_1) - \epsilon$. Al tendere a zero di ϵ, è immediato verificare che i prezzi (5) sono effettivamente di equilibrio se e solo se

$$\left(1 + \frac{x_1 + x_2 - 1}{3}\right)^2 \geq \frac{4}{3}\left[x_1 + 2\left(1 - x_2\right)\right]; \tag{7}$$

$$\left(1 + \frac{1 - x_1 - x_2}{3}\right)^2 \geq \frac{4}{3}(2x_1 + 1 - x_2). \tag{8}$$

Questo conclude la dimostrazione. ■

Si può interpretare la proposizione 1 nei seguenti termini. Se le imprese sono troppo vicine (in particolare, se si trovano entro l'intervallo $[1/4, 3/4]$) l'incentivo ad abbassare il prezzo in misura sufficiente a monopolizzare il mercato distrugge l'esistenza di qualsiasi equilibrio in cui i prezzi siano strettamente positivi.

Il segno di $\partial\pi_1/\partial x_1$ e $\partial\pi_2/\partial x_2$ indica che le imprese convergono verso il centro del segmento. Questo aveva indotto Hotelling a formulare il cosiddetto *principio di minima differenziazione*, ma l'argomento esposto sopra rivela che le imprese, muovendosi verso 1/2, entrano nella zona in cui l'equilibrio in strategie pure con prezzi strettamente positivi non esiste. Naturalmente questo implica, come conseguenza diretta, che non esiste nemmeno l'equilibrio perfetto nei sottogiochi. La convessificazione dei costi di trasporto può rappresentare un rimedio a questo problema. In particolare, d'Aspremont *et al.* (1979) assumono che la disutilità sia td^2. Sotto questa ipotesi, l'equilibrio nei prezzi esiste sempre in tutto l'intervallo unitario, e gli autori, sulla base dei segni delle derivate prime delle funzioni di profitto al primo stadio, derivano quello che è noto come *principio di massima differenziazione*:

Proposizione 2 (d'Aspremont *et al.*, 1979) *Se i costi di trasporto sono quadratici, le collocazioni di equilibrio delle imprese sono gli estremi del segmento unitario.*

La dimostrazione dettagliata di questo risultato è omessa, in quanto fin troppo nota. E' sufficiente sottolineare l'intuizione su cui si regge. Anticipando la competizione di prezzo che avrà luogo nello stadio successivo, le imprese scelgono le proprie collocazioni tenendo conto di due effetti di segno opposto. Il primo è un *effetto di domanda*, che spinge le imprese verso il centro del segmento. Il secondo è un *effetto strategico*, che induce le imprese ad allontanarsi l'una dall'altra per cercare di ammorbidire la competizione di prezzo successiva. La prevalenza di quest'ultimo produce il risultato di massima differenziazione, mentre esattamente l'opposto avviene nel modello originale di Hotelling con costi di trasporto lineari.

Tuttavia, si può dimostrare che il risultato di d'Aspremont et al. (1979) è in realtà un caso particolare, e che per ottenerlo non è necessario usare costi quadratici: se la funzione che descrive il costo di trasporto è td^n, con $n \in [1, 2]$, allora vale la seguente

Proposizione 3 (Economides, 1986) *Per ogni* $n \in [1, 5/4]$, *l'equilibrio nei prezzi in strategie pure non esiste se le imprese sono troppo vicine; per ogni* $n \in (5/4, 5/3)$, *tale equilibrio esiste ed è unico, e il gioco possiede un equilibrio perfetto nei sottogiochi in cui le imprese si collocano in* $(0, 1)$*; infine, per ogni* $n \in [5/3, 2]$, *il gioco possiede un unico equilibrio perfetto nei sottogiochi, in cui le imprese si collocano in 0 e in 1, rispettivamente.*

A partire da questo quadro iniziale, la letteratura ha preso varie direzioni, nel tentativo (i) di identificare altri rimedi al problema di non esistenza che affliggeva il modello di Hotelling originale, e (ii) di verificare l'eventuale validità generale del principio di massima differenziazione, le cui implicazioni economiche apparivano molto attraenti e immediate. Per questi sviluppi, rimandiamo a Beath e Katsoulacos (1991), Anderson *et al.* (1992) e Gabszewicz e Thisse (1992).

Adesso vediamo come tradurre questi modelli nei loro (quasi) equivalenti, atti ad interpretare la competizione elettorale tra partiti che differenziano le rispettive piattaforme elettorali (cioè, i propri 'prodotti') per conquistare i voti degli elettori. Questa interpretazione del modello di competizione spaziale può essere fatta risalire fino a Downs (1957).

2.2 Il modello di Hotelling bipartitico

Definiamo i due partiti come 1 e 2. Essi scelgono le piattaforme $x_2 \geq x_1$, con $x_i \in [0, 1]$. L'intervallo unitario definisce lo spazio delle preferenze degli elettori, che sono uniformemente distribuiti su di esso con densità unitaria. Per semplicità, supporremo che tutti gli elettori esprimano la propria preferenza alle urne (cioè, escludiamo astensioni: l'affluenza alle urne è pari a uno per ipotesi).[4] L'elettore generico, collocato in m, vota per il partito (o il cadidato) la cui piattaforma elettorale x_i massimizza:[5]

$$U = s - t\left(m - x_i\right)^2 . \tag{9}$$

L'elettore indifferente tra il candidato del partito di sinistra e quello del partito di destra è identificato dalla condizione:

$$s - t\left(\widetilde{m} - x_1\right)^2 = s - t\left(\widetilde{m} - x_2\right)^2 \tag{10}$$

che può essere risolta rispetto alla collocazione $\widetilde{m}$ del consumatore indifferente:

$$\widetilde{m} = \frac{x_1 + x_2}{2} \tag{11}$$

la quale è sufficiente a stabilire il seguente risultato:

Lemma 1 *I voti degli elettori che si collocano tra x_1 ed x_2 si dividono equamente tra i due candidati.*

Si noti che questo risultato, nel modello di differenziazione, è possibile solo in un caso particolare, vale a dire se e solo se i prezzi praticati dalle due imprese sono uguali.

A questo punto possiamo definire la ripartizione dei voti, q_1 e q_2, per una coppia di piattaforme elettorali generiche. Tutti gli elettori a sinistra di $\widetilde{m}$ voteranno per il candidato 1, mentre tutti gli elettori a destra di $\widetilde{m}$ voteranno per il candidato 2:

$$q_1 = \frac{x_1 + x_2}{2}\,;\ q_2 = 1 - \frac{x_1 + x_2}{2} . \tag{12}$$

Per evitare di banalizzare troppo il problema, si assuma che la funzione obiettivo del partito $i = 1, 2$ sia la seguente:

$$V_i = a_i q_i - b_i\left(\mu_i - x_i\right)^2 , \tag{13}$$

[4]Si potrebbe facilmente estendere il modello ammettendo a priori che l'affluenza non sia pari al cento per cento. Si veda, ad esempio, Ordeshook (1992, cap. 3) e i riferimenti ivi citati.

[5]Si noti che l'unica differenza significativa rispetto al modello di differenziazione del prodotto è che in questo caso, ovviamente, la funzione di utilità di un individuo rappresentativo non contiene alcun prezzo.

in cui:

- $a_i > 0$ è un parametro che misura il valore attribuito dal partito i al proprio consenso elettorale;

- $\mu_i \in [0,1]$ è la piattaforma, o il programma, che idealmente il partito i vorrebbe adottare in assenza di incentivi relativi all'acquisizione del voto espresso da parte di elettori lontani da μ_i;

- $b_i (\mu_i - x_i)^2$ con $b_i > 0$, è il costo (reale o psicologico) associato allo scostamento dalla propria piattaforma ideal-tipica μ_i.[6]

Ciascun partito i deve scegliere la piattaforma elettorale x_i in modo non-cooperativo e simultaneamente rispetto all'avversario, al fine di massimizzare V_i. Le funzioni obiettivo dei due partiti possono essere esplicitate come segue:

$$\begin{aligned} V_1 &= a_1 \left(\frac{x_1 + x_2}{2} \right) - b_1 (\mu_1 - x_1)^2 ; \qquad (14) \\ V_i &= a_2 \left(1 - \frac{x_1 + x_2}{2} \right) - b_2 (\mu_2 - x_2)^2 , \end{aligned}$$

e le relative condizioni di primo ordine per il massimo sono:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_1}{\partial x_1} &= \frac{a_1 + 4b_1 (\mu_1 - x_1)}{2} = 0; \qquad (15) \\ \frac{\partial V_2}{\partial x_2} &= \frac{4b_2 (\mu_2 - x_2) - a_2}{2} = 0, \end{aligned}$$

da cui si ottengono le espressioni di equilibrio di Nash delle piattaforme elettorali:

$$x_1^* = \mu_1 + \frac{a_1}{4b_1} \, ; \; x_2^* = \mu_2 - \frac{a_2}{4b_2} \, , \qquad (16)$$

e naturalmente, date le ipotesi, deve aversi $x_2^* \geq x_1^*$. Si può agevolmente controllare che, nel caso più semplice in cui $a_1 = a_2$ e $b_1 = b_2$, tale condizione equivale a imporre:

$$\mu_2 - \mu_1 \geq \frac{a}{2b} \, . \qquad (17)$$

[6]Questo costo convesso, nel modello economico, si può interpretare come l'imposizione di una tassa sulle imprese, o come l'investimento richiesto per sviluppare nuovi prodotti a partire da quelli esistenti, le cui caratteristiche sono 'gratuite' in quanto sono già in produzione da tempo. A questo riguardo, vedi Lambertini (1997).

Sostituendo le espressioni di x_i^* nelle (12), si ottengono i risultati elettorali:

$$\begin{aligned} q_1^* &= \frac{b_2\left[a_1+4b_1\left(\mu_1+\mu_2\right)\right]-a_2b_1}{8b_1b_2}\ ; \\ q_2^* &= \frac{a_2b_1-b_2\left[a_1+4b_1\left(\mu_1+\mu_2-2\right)\right]}{8b_1b_2}\ , \end{aligned} \tag{18}$$

in base ai quali il partito di sinistra vince se $q_1^* > q_2^*$ (e viceversa):

$$q_1^* > q_2^* \text{ se}$$

$$a_1 > \frac{b_1}{b_2}\left[a_2-4b_2\left(\mu_1+\mu_2-1\right)\right]\ . \tag{19}$$

Si noti che, se il costo sopportato dal partito 1 tende a zero (cioè, se il costo marginale dello spostamento, misurato dal parametro b_1, tende a zero), mentre il costo sopportato dal partito 2 è una quantità positiva qualsiasi (perchè b_2 è strettamente positivo), allora vince sicuramente il partito di sinistra (naturalmente vale anche tutto il contrario). Ovvero, la condizione (19) dimostra il seguente risultato:

Proposizione 4 *Avvertire un costo trascurabile della deviazione dalla piattaforma ideal-tipica è un vantaggio ai fini dell'esito elettorale.*

Nel caso più semplice, in cui $a_1 = a_2$ e $b_1 = b_2$, abbiamo:

$$\text{segno}\left\{q_1^*-q_2^*\right\} = \text{segno}\left\{\mu_1+\mu_2-1\right\} \tag{20}$$

ovvero:

$$q_1^* > q_2^* \text{ per tutti i } \mu_1 > 1-\mu_2 \tag{21}$$

e viceversa. Si noti che la condizione $\mu_1 = 1-\mu_2$ è relativa al caso in cui la piattaforma ideale del partito 1 è simmetrica rispetto a quella del partito 2 (in termini della distanza che le separa, rispettivamente, dagli estremi dello spettro politico, cioè 0 ed 1). Quindi, nel caso in cui i parametri a e b siano gli stessi per i due partiti, avere una posizione a priori più centrale rispetto all'avversario rappresenta un vantaggio sfruttabile in sede elettorale:

Proposizione 5 *Se i partiti valutano nello stesso modo i costi e i benefici della campagna elettorale, allora il partito che, a priori, adotta un programma più vicino a quello preferito dall'elettore mediano vincerà le elezioni.*

Questo aspetto diventa evidente nel caso in cui $b_1 = b_2 = 0$. In questa situazione, le condizioni di primo ordine diventano:

$$\frac{\partial V_1}{\partial x_1} = \frac{a_1}{2} > 0\,; \frac{\partial V_2}{\partial x_2} = -\frac{a_2}{2} < 0 \tag{22}$$

sempre, e quindi $x_1^* = x_2^* = 1/2$. In parole, se i partiti non avvertono nessun costo associato alla deviazione dalla, allora entrambi convergono sulle preferenze dell'elettore mediano.[7] Si noti però che, in questo caso, il risultato elettorale è indeterminato, in quanto l'omogeneità delle piattafoerme elettorali rende indistinguibili i due partiti agli occhi di qualsiasi elettore. In altre parole:

Proposizione 6 *In generale, sia l'uno che l'altro partito può trarre vantaggio dal proporre una piattaforma elettorale più vicina alle preferenze dell'elettore mediano rispetto a quella dell'avversario. Tuttavia, questo incentivo esiste per entrambi, e genera un dilemma del prigioniero che ha per conseguenza l'indeterminatezza dell'esito elettorale.*

Per concludere questa parte della trattazione, è il caso di notare che il meccanismo che governa il comportamento dei partiti in questo modello e delle imprese in Hotelling (1929) è molto simile a quello che opera nel modello di Bertrand, in cui due imprese competono nei prezzi con prodotto omogeneo: le strategie di ciascuno dei due giocatori mirano a escludere l'altro (dal potere politico o dal mercato), ma hanno conseguenze gravi per lo stesso partito o impresa che sceglie di implementarle.

3 Pubblicità, R&S e campagne elettorali

Oltre alla differenziazione del prodotto, le imprese possono usare altri strumenti al fine di incrementare i profitti. Ad esempio, possono investire in R&S (ricerca e sviluppo) per abbassare i costi di produzione o per introdurre nuovi prodotti, oppure possono investire in campagne pubblicitarie attraverso le quali aumentare la quota di mercato a scapito delle imprese avversarie.

Questi due strumenti hanno molto in comune, dal punto di vista tecnico. Per rendersene conto, basta esaminare un duopolio di Cournot con

[7] Come accade nel modello di Hotelling (1929) originale, in cui il grado di differenziazione in equilibrio è nullo.

beni omogenei. La funzione di domanda sia:

$$p = a - Q, \tag{23}$$

mentre la funzione di costo dell'impresa i sia $C_i = cq_i$, $i = 1, 2$, in cui $c > 0$ è il costo unitario di produzione e q_i è, come al solito, la quantità prodotta. La funzione di profitto dell'impresa i si scrive quindi:

$$\pi_i = (p - c)q_i = (a - q_i - q_j - c)\, q_i \, . \tag{24}$$

Si considerino ora le seguenti possibilità:

- Le imprese investono in pubblicità al fine di aumentare il valore di a (cioè, al fine di convincere i consumatori che il loro prezzo di riserva per il prodotto in questione è più alto). Questa idea risale a Nerlove e Arrow (1962). Qualsiasi aumento di a beneficia naturalmente entrambe le imprese in egual misura. Quindi, la pubblicità in questo caso è un bene pubblico.

- Le imprese investono in R&S per ridurre c. Dato il livello di a, questo fa aumentare l'efficienza produttiva ed eventualmente i profitti. In questo caso, per diverse ragioni (spionaggio industriale, ingegnerizzazione a ritroso, ecc.) è plausibile che si verifichi qualche esternalità tecnologica da un'impresa all'altra. Quindi, anche il progresso tecnico può avere le caratteristiche di un bene pubblico. In questo caso, uno dei modelli di riferimento è quello di d'Aspremont e Jacquemin (1988).

Adesso si definisca

$$a - c \equiv s \tag{25}$$

come la 'dimensione del mercato', cioè la differenza tra il prezzo massimo (a) e il prezzo minimo (c) ammissibili su questo mercato. Ora è immediato notare che la spesa in R&S e quella in pubblicità hanno lo stesso effetto, che consiste nel far aumentare il valore di s. In generale, si può mostrare che esistono situazioni plausibili in cui, in equilibrio, si assiste ad un eccesso di spesa da parte delle imprese rispetto all'ottimo sociale (cioè, Paretiano). Il motivo alla base di questo eccesso di spesa è legato al tentativo che ciascuna impresa compie per avvantaggiarsi rispetto all'altra. Quindi, se il comportamento delle imprese fosse controllato da un pianificatore benevolo mirante a massimizzare il benessere sociale, questi dovrebbe ridurre l'investimento aggregato rispetto all'ottimo privato, che è l'equilibrio di Nash giocato dalle imprese sulla base dei propri incentivi individuali.

Usando un approccio equivalente a quello comunemente adottato nella letteratura di economia industriale, possiamo esaminare un gioco al quale partecipano due partiti impegnati in campagna elettorale.

Il numero totale degli aventi diritto al voto è Q. Si assuma che la funzione obiettivo del partito $i = 1, 2$ sia la seguente:

$$V_i = a_i q_i - r k_i^2 \, , \tag{26}$$

in cui k_i è l'ammontare di capitale investito dal partito i nella propria campagna sui mezzi di comunicazione. Il parametro a_i ha lo stesso significato che aveva nel paragrafo precedente, mentre il parametro $r > 0$ (che non ha un indice, e quindi è lo stesso per entrambi i partiti) è il costo del capitale su l mercato finanziario (cioè, è un tasso d'interesse).

Qui ammettiamo esplicitamente che vi possano essere astensioni:

$$Q \geq q_1 + q_2 \tag{27}$$

e supponiamo che la spesa sostenuta da ciascun partito abbia un effetto esterno sulla quota dei voti spettanti all'altro partito:

$$q_i = \overline{q}_i + k_i - \sigma k_j \, , \, \sigma \in [0, \, 1] \, . \tag{28}$$

Questo significa che:

- lo 'zoccolo duro' del partito i è composto da un numero di elettori *fedelissimi*, pari a $\overline{q}_i$;

- tale consenso (che è la dotazione iniziale del partito i) viene incrementato con una campagna di dimensione pari a k_i;

- ma viene danneggiato dalla campagna elettorale dell'avversario, la quale esercita un effetto negativo nella misura stabilita dal parametro σ - essendo questo compreso tra 0 ed 1, l'effetto negativo esercitato sul partito avversario (o 'effetto incrociato') è inferiore all'effetto benefico (o 'effetto diretto').

Quindi, la funzione oviettivo del partito i si può riscrivere:

$$V_i = a_i \left(\overline{q}_i + k_i - \sigma k_j \right) - r k_i^2 \tag{29}$$

e va massimizzata rispetto alla variabile strategica k_i :

$$\frac{\partial V_i}{\partial k_i} = a_i - 2rk_i = 0\,, \tag{30}$$

da cui si ottiene la dimensione ottimale dello sforzo o investimento prodotto dal partito i durante la campagna elettorale:

$$k_i^* = \frac{a_i}{2r}\,. \tag{31}$$

Ovviamente, k_i^* è crescente in a_i e decrescente nel tasso d'interesse r. Le espressioni (31) vanno sostituite nelle (28) al fine di ottenere le espressioni che misurano l'esito di equilibrio delle elezioni:

$$q_i^* = \overline{q}_i + \frac{a_i - \sigma a_j}{4r} \tag{32}$$

in cui è il caso di sottolineare che, se $a_i < \sigma a_j$, allora $q_i^* < \overline{q}_i$, ovvero:

Proposizione 7 *Se l'esternalità negativa è sufficientemente elevata, allora esistono dei valori plausibili dei parametri a_i e a_j tali per cui alcuni dei fedelissimi cambiano idea alle urne.*

Ora supponiamo che i due partiti siano completamente simmetrici in quanto alla volontà a priori di raccogliere voti, ovvero $a_i = a_j = a$. Se è così, allora l'esito elettorale è:

$$q_i^* = \overline{q}_i + \frac{a\,(1-\sigma)}{4r} \tag{33}$$

che evidentemente implica il seguente risultato:

Proposizione 8 *Se $a_i = a_j$, allora vince il partito per cui $\overline{q}_i > \overline{q}_i$.*

Adesso prendiamo in considerazione l'ottimalità sociale della campagna elettorale. Per semplicità, supponiamo che la funzione obiettivo sociale presa in considerazione da un pianificatore benevolo sia semplicemente la somma delle funzioni obiettivo individuali dei partiti:

$$BS = V_1 + V_2 \tag{34}$$

che dovrà essere massimizzata scegliendo in modo appropriato i livello di investimento k_i. Questo significa richiedere che siano soddisfatte le condizioni di primo ordine:

$$\frac{\partial BS}{\partial k_i} = \frac{\partial V_i}{\partial k_i} + \frac{\partial V_j}{\partial k_i} = a_i - 2rk_i - \sigma a_j = 0, \tag{35}$$

e si nota subito che

$$\frac{\partial BS}{\partial k_i} = \frac{\partial V_i}{\partial k_i} - \sigma a_j \,. \tag{36}$$

Vale a dire che, siccome nell'ottimo privato $\partial V_i / \partial k_i = a_i - 2rk_i = 0$, il pianificatore sociale tiene esplicitamente conto dell'esternalità negativa che ciascun partito genera a danno dell'altro, mentre ovviamente questo non avviene nell'ottimo privato, cioè nell'equilibrio di Nash del gioco tra i due partiti. In particolare, questo consente di ottenere:

$$k_i^S = \frac{a_i - \sigma a_j}{2r} \tag{37}$$

con l'apice S ad indicare che si tratta di un ottimo *sociale*. Ovviamente:

$$k_i^S < k_i^* \text{ per tutti i } \sigma \in (0,\, 1] \,. \tag{38}$$

Questo consente di affermare:

Proposizione 9 *Un qualsivoglia effetto esterno σ, per quanto arbitrariamente piccolo, è sufficiente a generare un eccesso di spesa da parte dei partiti rispetto all'ottimo sociale.*

Dal momento che l'afflusso alle urne dipende dalla spesa effettuata durante la campagna elettorale, quest'ultima Proposizione produce un interessante Corollario:

Corollario 1 *Esistono valori ammissibili di a_i, a_j e σ tali che l'afflusso alle urne è maggiore in corrispondenza dell'ottimo privato piuttosto che dell'ottimo soaciale. Nel caso in cui $a_i = a_j$, questo è sicuramente vero per qualsiasi $\sigma \in (0,\, 1]$.*

Infatti, se $a_i = a_j = a$, abbiamo:

$$q_i^S - q_i^* = \frac{a\,(\sigma - 1)\,\sigma}{2r} < 0 \text{ per tutti i } \sigma \in (0,\, 1] \,. \tag{39}$$

Moltissimi altri temi di questo genere sono correntemente analizzati usando gli strumenti della teoria dei giochi. Per esaurienti esposizioni, si rimanda il lettore interessato a Ordeshook (1986, 1992). A partire dal prossimo paragrafo, prenderemo in considerazione, sotto varie forme, i *giochi di guerra*.

4 Wargames I: la battaglia del mare di Bismarck

Il primo esempio che esaminiamo risale a Luce e Raiffa (1957), ed è relativo al confronto tra USA e Giappone per il possesso della Nuova Guinea, durante la Seconda Guerra Mondiale, all'inizio del 1943. In particolare, si riferisce ad un episodio accaduto nella zona dell'Oceano Pacifico a Nord della Nuova Britannia, in cui i Giapponesi avevano una grande base militare collocata a Rabaul (nell'estremo orientale dell'isola) e intendevano soccorrere una loro guarnigione isolata a Lae, nell'estremo orientale della Nuova Guinea.

I giapponesi intendevano rifornire la guarnigione di Lae con un convoglio che, partendo da Rabaul, poteva raggiungere Lae seguendo alternativamente (i) una rotta a nord dell'isola, oppure (ii) una rotta a sud dell'isola, e i giapponesi si aspettavano una reazione dei bombardieri statunitensi, che avrebbero certamente attaccato il convoglio. Entrambi i tragitti richiedevano approssimativamente tre giorni di navigazione. Tuttavia, la rotta nord attraversava una zona con cattive condizioni meteorologiche, mentre a sud il tempo era bello. Quindi, a nord della Nuova Bretagna il maltempo avrebbe ostacolato il tentativo statunitense di impedire il rifornimento della guarnigione di Lae.

Le strategie a disposizione dei bombardieri USA e del convoglio giapponese sono due: la rotta nord (N) e la rotta sud (S), e il gioco si può costruire sulla base della previsione dei giorni complessivi di bombardamento:

- se entrambi scelgono S, i giorni di bombardamento sono tre perchè le condizioni meterologiche sono ottimali e i bombardieri 'scovano' subito il convoglio;
- se entrambi scelgono N, i giorni di bombardamento sono due perchè un giorno va 'perso' a causa del maltempo;
- se i bombardieri vanno a sud e il convoglio va a nord, il bombardamento

dura un giorno solo perchè uno viene sprecato dai bombardieri per ritrovare il convoglio e un altro a causa del maltempo;

- se i bombardieri vanno a nord e il convoglio va a sud, i giorni di bombardamento sono due perchè uno viene sprecato dai bombardieri per ritrovare il convoglio ma poi il bel tempo permette un bombardamento continuato per i rimanenti due giorni.

La forma normale del gioco è quindi la matrice 3.

		Convoglio J	
		N	S
Bombardieri USA	N	2	2
	S	1	3

Matrice 3: la battaglia del mare di Bismarck

L'equilibrio di Nash di questo gioco, in cui i giapponesi vogliono minimizzare la durata del bombardamento aereo, mentre gli statunitensi desiderano l'opposto, è unico ed è (N, N). Si noti che è anche in strategie debolmente dominanti, in quanto la strategia N è debolmente dominante per il giocatore in colonna.[8]

Questo esempio chiarisce la prospettiva in cui si trovavano a lavorare quanti, a partire dalla seconda metà degli anni '40, operavano alla RAND Corporation o all'ONR (Office of Naval Research). La possibilità di ricostruire sotto forma di giochi o di modelli di ricerca operativa fatti noti e ampiamente analizzati dalla storiografia esistente era il presupposto per un programma più ambizioso, cioè quello di usare gli stessi strumenti per suggerire all'esecutivo come comportarsi in relazione a qualsiasi situazione potesse presentarsi. Vale a dire che il potere descrittivo della teoria era il presupposto per il suo potere normativo (come del resto accade a qualsiasi teoria).

5 Wargames II: lo sbarco in Normandia

Il problema principale dei Nazisti nel corso del 1944 (a parte la situazione sul fronte orientale) consisteva nel capire dove gli Alleati sarebbero sbarcati,

[8] Per i dettagli storici di questa vicenda, si rimanda a Liddell Hart (1970, cap. 29).

se al Pas de Calais o altrove. Naturalmente, questo problema di scelta si poneva anche per gli Alleati, che a priori sapevano che era preferibile sbarcare a Calais in quanto è più vicina alla frontiera tedesca, ma anche che tale scelta era la più ovvia e rendeva più problematica la riuscita dello sbarco. L'alternativa (sbarcare in Normandia) era più sicura ma comportava poi una maggiore distanza dal territorio tedesco. Quindi, il gioco consisteva nella scelta del punto di sbarco per gli Alleati e nella scelta di dove concentrare le proprie forze per opporsi allo sbarco, per i Nazisti.[9]

Definiamo quindi con $\{C, N\}$ l'insieme delle possibili strategie per entrambi i giocatori (Alleati e Nazisti), con $C = Calais$ e $N = Normandia$. Le probabilità di successo per gli alleati, a priori, sono le seguenti:

- entrambi i giocatori scelgono N : 75%;
- entrambi i giocatori scelgono C : 20%;
- gli Alleati scelgono N, i Nazisti scelgono C : 100%;
- gli Alleati scelgono C, i Nazisti scelgono N : 100%;

Quindi: se le difese si concentrano sul luogo sbagliato, lo sbarco risce con certezza, mentre la probabilità di riuscita è inferiore sul Pas de Calais che in Normandia, se le difese 'azzeccano' la collocazione giusta.[10]

Per costruire i payoffs, supponiamo che gli Alleati attribuiscano un valore pari a 100 ad uno sbarco riuscito al Pas de Calais, e pari a 80 ad uno sbarco riuscito in Normandia. Date le probabilità a priori che lo sbarco sia un successo, i payoff degli Alleati nei restanti casi (simmetrici) sono: $0.75 \cdot 80 = 60$ nel caso (N, N) e $0.2 \cdot 100 = 20$ nel caso (C, C). Il residuo rispetto a 100 o a 80 è il payoff spettante ai Nazisti in ciascun caso.

[9] Questo gioco è tratto, con qualche adattamento, da Dixit e Nalebuff (1991, cap. 7). Numerosi resoconti esistono in letteratura. Ad esempio, si veda Liddell Hart (1970).

[10] Facendo riferimento allo svolgimento effettivo dello sbarco, è il caso di notare che un gioco analogo si potrebbe costruire valutando l'opportunità, da parte nazista, di collocare le riserve strategiche (cioè le divisioni corazzate) in prossimità della costa per contrastare più rapidamente lo sbarco (ma sottoponendole al bombardamento aeronavale alleato) o lontano dalla costa per salvaguardarle dal bombardamento aeronavale alleato (ma riatrdando il loro intervento). Il risultato fu che vennero comunque bombardate pesantemente dall'aviazione avvicinadosi alla spiaggia normanna e non riuscirono a ricacciare in mare gli Alleati.

Quindi, il gioco si può rappresentare come nella matrice 4 (si osservi che, posto che il gioco è a somma costante, sarebbe sufficiente indicare il payoff di uno dei due giocatori in ogni casella).

Si verifica rapidamente che questo gioco non possiede alcun equilibrio di Nash in strategie pure, ed è quindi necessario risolverlo in strategie miste. Gli Alleati attribuiscono la probabilità p alla strategia C (e quindi la probabilità $1-p$ alla strategia N), mentre i Nazisti attribuiscono la probabilità q alla strategia C (e quindi la probabilità $1-q$ alla strategia N).

		Nazisti C	Nazisti N
Alleati	C	20 ; 80	100 ; 0
	N	80 ; 0	60 ; 20

Matrice 4: lo sbarco in Normandia

Per gli Alleati deve valere la seguente condizione:

$$20q + 100(1-q) = 80q + 60(1-q) \tag{40}$$

mentre per i Nazisti deve valere:

$$80p = 20(1-p), \tag{41}$$

le quali equivalgono a imporre che entrambi i giocatori siano indifferenti tra giocare C e giocare N. Risolvendo le due equazioni rispetto a q e p otteniamo:

$$p^* = \frac{1}{5}\,;\, q^* = \frac{2}{5} \tag{42}$$

che sono le probabilità ottime che definiscono l'equilibrio di Nash in strategie miste. In particolare, sono le probabilità con le quali, rispettivamente, gli Alleati e i Nazisti giocano C, cioè decidono di sbarcare e schierare le proprie difese a Calais. Come si vede da questo risultato, i payoffs della matrice 4 definiscono una situazione che genera maggior incertezza strategica per i Nazisti piuttosto che per gli Alleati, che *quasi certamente* scelgono N, cioè lo sbarco in Normandia. Infatti è proprio questo il modo in cui sono andate le cose il 6 giugno 1944. Le difese naziste erano meno concentrate di quanto fosse in realtà necessario per contrastare efficacemente lo sbarco, e la loro dispersione era il frutto di una strategia mista.

6 Giochiamo alla guerra? L'*escalation* e la proliferazione come 'aste'

L'archetipo di tutti i giochi di guerra, e della letteratura che se ne occupa, è il dilemma del prigioniero illustrato dalla matrice 2, che descrive in modo intuitivo la corsa agli armamenti. Questo stesso problema si può anche illustrare in forma alternativa, come un'asta. Il gioco che segue è una versione aggiornata del famoso *dollar auction game* formulato per la prima volta da Shubik (1971).

La struttura del gioco è la seguente. Due giocatori, che chiameremo 1 e 2, partecipano ad un'asta, tramite la quale un banditore assegnerà una cifra data, poniamo, 1000 euro, al miglior offerente. Tuttavia, le regole, preventivamente note a tutti, prevedono che il banditore, ad asta assegnata, ritireri le somme offerte da entrambi i giocatori. Supponiamo che l'offerta minima sia fissata ad un centesimo di euro, e che le risorse a disposizione di entrambi i giocatori (che ne determinano le offerte massime, o *prezzi di riserva*) siano non solo le stesse, ma anche strettamente superiori a 1000 euro.

La prima offerta giunge dal giocatore 1, che offre 1 centesimo di euro. Se 2 non ribatte, 1 vince 999,99 euro, mentre 2 non perde e non vince alcunchè. Questo ovviamente non è un equilibrio: a 2 conviene offrire 2 centesimi di euro, in modo tale che se 1 non controbatte la sua offerta, sarà 2 ad aggiudicarsi l'asta, vincendo 999,98 euro, mentre 1 perderà un centesimo. Naturalmente nemmeno questo è un equilibrio. Come andrà a finire l'asta? Sicuramente proseguirà per parecchio tempo, con 1 ad offrire cifre dispari e 2 ad offrire cifre pari (è facile verificare che le cose stiano esattamente così).

Supponiamo di essere nella situazione in cui 1 ha appena offerto 999,99 euro, per superare l'offerta di 2, che era arrivato ad offrirne 999,98. Per vincere, 2 deve offrire 1000 euro, altrimenti ne perderà 999,98. Se ne offre 1000, vince? No, perchè a quel punto 1 dovrà offrirne 1000,01, per evitare di perderne 999,99.

A questo punto dovrebbe essere chiaro che l'asta non avrà termine fino a che entrambi i giocatori non avranno offerto tutto il denaro di cui dispongono. Sotto l'ipotesi che le loro dotazioni siano identiche, nessuno dei due vincerà (in quanto non il banditore non potrà osservare un'offerta strettamente migliore dell'altra) e perderanno entrambi tutto ciò che hanno.

Questo, oltre ad illustrare l'incentivo al rilancio che è tipico del gioco d'azzardo, si presta perfettamente a spiegare l'*escalation* degli armamenti convenzionali e nucleari a cui le superpotenze hanno dato luogo nel corso della guerra fredda. La posta in palio, in quel caso, era il mondo intero. L'esito osservato, cioè l'equilibrio in cui una sola superpotenza è rimasta a godersi l'egemonia mondiale, sembra proprio essere stato determinato dal fatto che il prezzo di riserva dell'URSS era inferiore a quello degli USA. Giocare al rialzo può ritenersi quindi sempre una strategia ottima per giocatori coinvolti in una situazione del genere? La risposta è negativa, come si può verificare leggendo i prossimi tre paragrafi.

7 Annunci e credibilità

Nell'ambito di un gioco qualsiasi, ciascuno dei giocatori coinvolti può (tentare di) influenzare gli altri attraverso annunci da farsi prima che il gioco effettivamente inizi, opportunamente studiati per indirizzarne lo svolgimento in una particolare direzione.

Diversi esempi rilevanti possono essere presentati per illustrare questa possibilità. Uno dei modelli più noti in economia industriale è quello del prezzo limite (Sylos-Labini, 1957), in cui un monopolista annuncia che espanderà la produzione se un concorrente potenziale dovesse entrare, in modo tale da azzerarne i profitti.[11] Il ragionamento si regge sul cosiddetto postulato di Sylos, che consiste nell'assumere a priori che, se il concorrente potenziale dovesse effettivamente entrare, il monopolista implementerebbe effettivamente il comportamento precedentemente annunciato. Su questa base, l'entrante non entrerà e il monopolista resterà tale. A partire dal 1979, la moderna teoria dell'organizzazione industriale ha messo in luce la mancanza di credibilità dell'annuncio (cioè l'infondatezza del postulato di Sylos). Per rendercene conto, esaminiamo un gioco proposto da Dixit (1979, 1980), descritto dalla matrice 5.

		I	
		a	c
E	e	$\pi^d\,;\,\pi^d$	$-F\,;\,-F$
	ne	$0\,;\,\pi^M$	$0\,;\,\pi^M$

Matrice 5: un gioco di entrata

[11] Per un'esposizione dettagliata del modello di *prezzo limite* di Sylos-Labini, rimandiamo a Garella e Lambertini (2002, pp. 377-82).

I giocatori sono E = *entrante* e I = *incumbent* (il monopolista). E può scegliere se entrare (e) oppure non entrare (ne), mentre l'*incumbent* può accettare l'entrata (a) oppure combattere per impedirla (c). Nel caso (e, a) si crea un duopolio (ad esempio, di Cournot), con profitti positivi e pari a π^d per entrambi. Nel caso (e, c) si ha una guerra che provoca perdite a entrambi (tali perdite potrebbero coincidere con l'ammontare dei costi fissi, F). Infine, se E sceglie di non entrare, allora il mercato resta comunque in condizioni di monopolio.

Questo gioco ha due equilibri di Nash in strategie pure: (e, a) e (ne, c), ma solo il primo è credibile, in quanto il secondo si basa su di una strategia (c) che è debolmente dominata per l'*incumbent*. Di fatto, l'annuncio preliminare da parte di I di voler ostacolare l'entrata non è credibile. Quindi, E entrerà e si formerà un duopolio. Messo davanti al fatto compiuto, I non ha alcun interesse ad attenersi all'annuncio precedente. L'esito (e, a), oltre ad essere un equilibrio di Nash, è anche in strategie (debolmente) dominanti e, se il gioco viene risolto sequenzialmente (cioè, in condizioni di informazione perfetta) con E a muovere per primo, è anche un equilibrio perfetto nei sottogiochi. Posto che E conosce l'insieme delle possibili strategie a disposizione di I, decide di entrare e ne smaschera il *bluff*.

La questione della credibilità degli annunci preliminari allo svolgimento effettivo del gioco ha avuto e continua ad avere grande importanza anche in altri ambiti, per esempio riguardo il problema del *design* ottimale delle politiche monetarie e fiscali volte a stabilizzare i prezzi e a ridurre la disoccupazione. Su questo tema esiste ormai una vastissima letteratura.[12]

Con gli stessi strumenti di base è anche possibile analizzare lo svolgimento di due momenti fondamentali delle vicende che hanno caratterizzato la *Guerra Fredda*.

8 Wargames III: MAD

Un tratto tipico del confronto tra Stati Uniti ed Unione Sovietica nella seconda metà del XX secolo è stato quello della *escalation*, non solo nella

[12] In ambito macroeconomico, questo problema è noto sotto l'etichetta di *incoerenza temporale* (delle politiche economiche ottimali), per cui un'autorità di politica economica (una banca centrale, o un governo) annuncia di voler implementare certe misure e poi ne adotta altre. Per un'introduzione, rimandiamo a Blanchard (2000, cap. 18), mentre per una trattazione avanzata rimandiamo a Persson e Tabellini (1990).

dotazione degli armamenti strategici ma anche nell'atteggiamento reciproco riguardo alla effettiva intenzione di usarli. Un famoso gioco descrive questa caratteristica in modo molto efficace, ed è comunemente noto come *MAD* (acronimo di *Mutually Assured Destruction*, distruzione reciproca assicurata). Come vedremo, tale gioco si svolge in due stadi, e la sua soluzione richiede l'analisi della cosiddetta *forma estesa* o *albero del gioco*. Prima però, possiamo contestualizzare con precisione il gioco, riferendolo alla famosa crisi dei missili di Cuba, verificatasi nel 1962.

In quell'anno, l'amministrazione Kennedy dovette prendere una decisione critica riguardo al comportamento da tenere nei confronti dell'Unione Sovietica, che stava installando a Cuba missili a testata nucleare in grado di colpire in pochi minuti quasi tutto il territorio metropolitano degli Stati Uniti.

Kennedy scelse la via dell'*escalation* attraverso il blocco navale di Cuba, prospettando a Cruscev la possibilità concreta del confronto nucleare che sarebbe sfociato nella distruzione reciproca. Al culmine della crisi, il tredicesimo giorno, l'Unione Sovietica indietreggiò, accettando di ritirare i missili in cambio di una contropartita puramente 'di facciata', ovvero il ritiro dei missili statunitensi Jupiter dalla Turchia. Quei missili erano obsoleti e già prossimi al 'pensionamento'. Adesso siamo in condizione di formalizzare la crisi di Cuba sotto forma del gioco *MAD*.

Etichettiamo come giocatore 1 gli USA e come giocatore 2 l'URSS. La situazione di partenza consiste nell'assumere che il giocatore 2 abbia provocato una situazione di crisi (iniziando l'installazione dei propri missili a testata nucleare a Cuba). Il giocatore 1 muove per primo, e può scegliere tra due strategie: $i = ignorare$, cioè accettare il *fait accompli* e fare buon viso a cattivo gioco, oppure $e = escalation$, ovvero adottare un comportamento aggressivo (ad esempio, il blocco navale). Il giocatore 2 muove per secondo, avendo osservato il comportamento del giocatore 1, e può scegliere tra $r = ritirarsi$, cioè fare marcia indietro e darsi per sconfitto ritirando i propri missili, oppure $e = escalation$, accettando il confronto nucleare. La forma normale del gioco è illustrata dalla matrice 6.

		Paese 2: r	Paese 2: e
Paese 1	i	$-1\,;\,1$	$-1\,;\,1$
	e	$10\,;\,-10$	$-GN\,;\,-GN$

Matrice 6: la forma normale di *MAD*

Ancora una volta i numeri sono scelti in modo da descrivere opportunamente la situazione sotto esame. GN è un numero altissimo, e quindi $-GN$ denota la perdita associata alla *guerra nucleare* generata da un'*escalation* bilaterale.

Le altre caselle possono essere interpretate nei seguenti termini. Se il paese 1 sceglie di ignorare (i), allora il paese 2 è indifferente tra le proprie strategie, e trae un guadagno dal confronto. Se invece il paese 1 opta per l'*escalation* e il paese 2 si ritira, allora quest'ultimo perde la faccia sul piano internazionale mentre il prestigio del paese 1 ne esce ampiamente rafforzato. Quest'idea è espressa dai payoff 10 e -10 relativi all'esito (e, r).

L'esame della matrice 4 rivela che esistono due equilibri di Nash: (i, e) ed (e, r). Tuttavia, il primo si basa su di una strategia non credibile da parte del paese 2: infatti, per 2 la strategia e è debolmente dominata dalla strategia r. Siccome il paese 1 lo sa, in quanto il gioco si svolge in condizioni di informazione completa su payoffs e strategie (e identità dei giocatori), può sicuramente costringere il paese 2 a ritirarsi giocando la strategia e. Una volta che il paese 1 ha scelto e, per il paese 2 la strategia r risulta dominante, in quanto la prima riga della matrice diviene irrilevante.

Questi risultati si possono esprimere sinteticamente dicendo che l'esito (e, r), oltre ad essere un equilibrio di Nash, è anche un equilibrio perfetto nei sottogiochi, mentre l'esito (i, e) è un equilibrio di Nash non perfetto nei sottogiochi, in quanto comporta l'adozione di una strategia debolmente dominata (e pertanto non credibile) da parte del paese 2.

La forma estesa del gioco consente di apprezzare meglio la differenza esistente tra i due equilibri di Nash del gioco, ed i motivi per i quali è logico attendersi che l'esito di equilibrio perfetto nei sottogiochi, (e, r), sia effettivamente selezionato come soluzione del gioco. Una forma estesa di *MAD* è rappresentata in figura 2.

Il gioco si svolge in modo sequenziale, con il paese 1 chiamato a decidere la propria strategia al primo stadio, mentre il paese 2 muove al secondo stadio, dopo aver osservato la mossa del paese 1. Pertanto, i nodi decisionali relativi al paese due non sono connessi (tecnicamente, si dice che sono 'singoletti'), ed il paese 2 sa esattamente dove si trova a seguito della scelta effettuata dal paese 1.

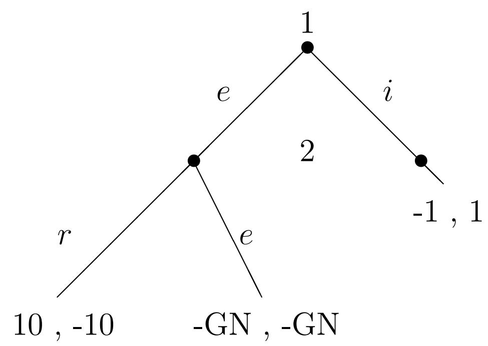


Figura 2. Una forma estesa della matrice 4

A questo punto è evidente che l'equilibrio di Nash (i, e) viene giocato se e solo se il paese 1 adotta la strategia i nel timore che, in risposta ad e, il paese 2 risponda simmetricamente generando un'*escalation* bilaterale che porterebbe al confronto nucleare globale. D'altro canto, il paese 2 può tentare di far leva su questa minaccia per risolvere a proprio favore la crisi 'locale'. Se però il paese 1 non crede alla minaccia e sceglie la strategia e proprio con l'obiettivo di scoprire il *bluff* del paese 2, si genera l'equilibrio perfetto nei sottogiochi (e, r) in quanto, trovandosi nel sottogioco di sinistra, per il paese 2 è razionale ritirarsi.

Vale la pena sottolineare che il comportamento del paese 1 si basa completamente sull'ipotesi che l'avversario sia razionale e non commetta errori. Nella crisi dei missili di Cuba, la scommessa americana sulla *leadership* sovietica era esattamente questa, e si è rivelata corretta, ma è stato sfiorato l'olocausto nucleare, a cui si sarebbe arrivati se i sovietici non avessero condiviso lo stesso tipo di razionalità dell'amministrazione Kennedy, o se i militari avessero 'premuto il bottone' per sbaglio o per deformazione professionale. Il rischio di un'eventualità di questo genere è alla base del film *Il Dottor Stranamore* di Stanley Kubrick.[13]

[13] Per ulteriori approfondimenti sul gioco *MAD*, rimandiamo a Powell (1987), Gardner (1995) e Haas (2001). Sul tema della corsa agli armamenti e del suo controllo, vedi Kydd (2000).

Seguendo la stessa linea di ragionamento, è anche possibile interpretare il modo in cui si sviluppò e si risolse la vicenda dei cosiddetti Euromissili, tra la seconda metà degli anni '70 e la prima metà degli anni '80.

9 Wargames IV: gli Euromissili

All'inizio degli anni '70, quando il premier sovietico era Breznev, le forze armate sovietiche svilupparono un nuovo tipo di missile nucleare a gittata intermedia, l'SS-20, in grado di colpire Roma, Parigi o Londra partendo da basi situate al di là degli Urali (la gittata massima dell'SS-20 era di 4400 chilometri). In altre parole, tale missile era un'arma 'tattica' o 'di teatro', ma non poteva essere considerata come un'arma strategica perchè non era in grado di colpire il territorio metropolitano degli Stati Uniti. In virtù di tali caratteristiche, l'SS-20 era fatto su misura per combattere una guerra nucleare sul suolo europeo, e quindi rappresentava un'arma estremamente pericolosa, in quanto prospettava la possibilità concreta di un confronto limitato in cui le superpotenze potevano sacrificare i propri alleati o vassalli europei senza rischiare la guerra termonucleare globale. In altre parole, mentre i missili interconinentali a testata multipla erano tipicamente un'arma dal carattere difensivo in quanto agivano da deterrente, gli SS-20 costituivano un'arma prettamente offensiva.

Da parte dei paesi dell'Europa occidentale membri della NATO, lo schieramento degli SS-20 fu interpretato (correttamente) come un tentativo da parte sovietica di indurre gli Stati Uniti a *staccarsi* dai propri alleati europei e ad accettare la concreta prospettiva di perderli a seguito di un'invasione (da effettuarsi eventualmente solo con armamento convenzionale) da parte delle forze del Patto di Varsavia.[14]

In un primo tempo, gli Stati Uniti sembrarono inclini a rispondere con la bomba al neutrone: un'arma tecnologicamente sofisticata, costosa, molto letale nei confronti del personale.[15] I Sovietici non avevano la capacità e

[14]Per un'analisi più dettagliata del problema degli Euromissili, si veda, ad esempio, Smith (1998). per un approfondimento dell'approccio della teoria dei giochi a questo tema e al problema della deterrenza in generale, rimandiamo a Powell (1989), Nalebuff (1991) e Wagner (1991).

[15]In realtà, questa era una strategia molto comprensibile nei confronti dell'opinione pubblica ma ampiamente infondata. La bomba al neutrone, altrimenti detta *ERW* (*Enhanced Radiation Weapon*, cioè arma ad emissione radioattiva rinforzata) era sì concepita in modo da distruggere il potenziale convenzionale di un invasore attaccandone direttamente la

neppure linteresse di dotarsene e quindi la temevano grandemente. Le caratteristiche dell'arma provocarono forte emozione in Germania e presso lo stesso Presidente Carter, il quale rinunziò a schierare la bomba al neutrone senza nemmeno negoziare con Mosca, che sul momento credette di aver così realizzato la separazione tra Stati Uniti ed Europa occidentale (il cosidetto *decoupling*).

Il gioco che avevano in mente le autorità del Cremlino è rappresentato nella matrice 7.

		Paese 2: EMS	Paese 2: EMN
Paese 1	EMS	$-GNE\,;\,-GNE$	$-GNG\,;\,-GNG$
	EMN	$-GNG\,;\,-GNG$	$-GNG\,;\,-GNG$

Matrice 7: il gioco degli Euromissili visto dal Cremlino

L'interpretazione delle sigle relative alle strategie è EMS= Euromissili sì; EMN= Euromissili no. In quanto ai payoffs, abbiamo GNE= guerra nucleare europea; GNG= guerra nucleare globale. Dato che è ovvio supporre $GNE < GNG$, l'idea dei sovietici era quella di costringere gli Stati Uniti ad accettare il confronto limitato al teatro europeo, in quanto il gioco descritto nella matrice 4 ha un unico equilibrio di Nash (che è anche in strategie debolmente dominanti), ovvero (EMS, EMS).

Ancora una volta, come nel caso della crisi di Cuba, i sovietici stavano tentando di vendere la pelle dell'orso ben prima di averlo ammazzato, e furono costretti a fare marcia indietro, anche se per questo occorse un'intervallo di tempo molto più lungo di quello coperto dalla crisi precedente.

Posto che la crisi, come nel caso precedente, era stata aperta dai sovietici, il gioco rilevante per la Casa Bianca era quello descritto dalla matrice 8.

Il ruolo del giocatore 1 spetta agli USA, mentre il giocatore 2 è l'URSS. I payoffs associati all'esito (EMN, r), in cui gli USA decidono di non installare gli Euromissili e l'URSS decide di smantellare i propri SS-20 (cioè si *ritira*), esprimono l'idea che a seguito di tale evento il prestigio statunitense cresca mentre quello dell'Unione Sovietica subisca un danno significativo.

componente umana, ma questo non implicava che gli effetti ambientali fossero trascurabili, in quanto sarebbero stati di gran lunga peggiori di quelli provocati dall'incidente di Chernobyl.

		Paese 2	
		r	i
Paese 1	EMS	$-GNE\,;\,-GNE$	$-GNE\,;\,-GNE$
	EMN	$100\,;\,-100$	$-GNG\,;\,-GNG$

Matrice 8: il gioco degli Euromissili visto dallla Casa Bianca

Supponiamo ora che

$$|GNG| > |GNE| > 100\,.$$

Se è così, allora esistono due equilibri di Nash: (EMS, i) e (EMN, r). Tuttavia, mentre il giocatore 1 non ha una strategia dominante, il giocatore 2 ce l'ha (sia pure in senso debole), ed è r. Quindi, come nel gioco precedente relativo alla crisi cubana, esiste un solo equilibrio perfetto nei sottogiochi, che è (EMN, r), mentre l'equilibrio di Nash (EMS, i) che prefigura il confronto nucleare locale, richiede l'adozione di una strategia non credibile da parte del paese 2. Di conseguenza, la soluzione 'ovvia' del gioco prevede che gli USA non installino l'equivalente degli SS-20, e che l'URSS ritiri i propri. Questo è effettivamente avvenuto nella realtà.

L'interpretazione intuitiva alla base di questo risultato è che, rifiutando la prospettiva di un confronto nucleare limitato al teatro europeo, gli Stati Uniti misero l'URSS nella condizione di rendersi responsabile dell'olocausto nucleare su scala planetaria, se avesse attaccato la componente europo-occidentale della NATO con gli SS-20, perchè in tale situazione l'unica risposta possibile da parte della Casa Bianca sarebbe stata quella di ricorrere all'arsenale nucleare strategico. Ovvero, rifiutandosi di costruire un proprio arsenale di Euromissili, gli Stati Uniti hanno reso gli SS-20 un mucchio di costosa ferraglia da rottamare.

In realtà, all'epoca si discusse a lungo sul fatto che gli USA stavano installando in diverse basi NATO europee (ad esempio, Comiso), i missili Pershing II e i missili Cruise di prima generazione. La stampa e l'oponione pubblica tendevano a prendere tali missili come la risposta occidentale agli SS-20, senza considerare che la loro gittata non consentiva di colpire le basi di lancio degli SS-20, ma solo le eventuali forze militari convenzionali del Patto che fossero già penetrate sul territorio della NATO, o quelle di seconda schiera (la gittata massima del Pershing II era di 1800 chilometri). Cioè, i Pershing II di Comiso potevano colpire l'Italia settentrionale o al massimo la Boemia ma certamente non Mosca e tantomeno gli Urali o oltre.[16] Quando si arrivò al ritiro degli SS-20, le basi statunitensi vennero disarmate come 'contentino' per permettere al Cremlino di salvare la faccia, analogamente a quanto era stato fatto negli anni '60 con i decrepiti missili installati in Turchia.

Vi sono altre considerazioni rilevanti, a cui è il case di accennare anche se esulano dall'ambito di una trattazione introduttiva di problemi di strategia politico-militare sotto forma di giochi. L'*escalation* degli armamenti nello scacchiere europeo durante la Guerra Fredda è stato governato da una regola ben precisa, di cui entrambi i blocchi erano coscienti. Tale regola stabiliva che, data l'inferiorità della NATO in termini di armamenti convenzionali, il ruolo di deterrente nei confronti di un attacco convenzionale da parte del Patto di Varsavia era affidato alle armi nucleari tattiche a breve raggio. In altre parole, la minaccia di una *escalation* nella risposta da parte della NATO segnalava all'URSS che la responsabilità sarebbe ricaduta sull'attaccante. Quindi, la natura difensiva della armi nucleari tattiche si poteva estendere ai Pershing II e ai Cruise, esattamente come ai bombardieri nucleari a lungo raggio (di cui la NATO disponeva ampiamente in Europa, a differenza dell'URSS, e che avevano il 'braccioì′ molto più lungo dei Pershing II). Quindi, la risposta degli USA e della NATO all'uso degli SS-20 poteva consistere unicamente in un attacco con forze nucleari strategiche - da questo punto di vista, quindi, era come se i Cruise ed i Pershing II 'non fossero mai esistiti'. Per questa ragione, il gioco illustrato in queste note non li menziona come parte delle strategie a disposizione del giocatore 1.

Una forma estesa del gioco degli Euromissili, con gli USA a muovere per primi e l'URSS a decidere poi sul proprio comportamento in condizioni di informazione completa, è descritta nella figura 3.

[16]Un'altra differenza sostanziale tra gli SS-20 e i Pershing II (come, peraltro, i Cruise) era da identificarsi nell'armamento. Mentre gli SS-20 erano a testata multipla, e ciascuna di esse era pari a 250 Kton, i Pershing II potevano essere armati di una sola testata di potenza variabile dai 5 ai 50 Kton.

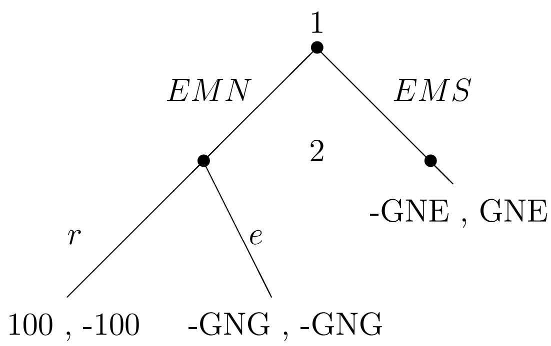


Figura 3. Una forma estesa della matrice 5

Scegliendo la strategia EMN, il paese 1 scopre il *bluff* al quale si affida il paese 2, e costringe quest'ultimo a scegliere tra ritirarsi e perdere la faccia, oppure accettare il confronto globale in quanto il giocatore 1 non può rispondere 'localmente' ma deve necessariamente ricorrere all'arsenale strategico.

Si noti che, in entrambe le crisi, gli Stati Uniti hanno deciso di 'bruciare tutti i ponti' alle proprie spalle, usando il vantaggio della prima mossa per limitare a proprio vantaggio le opzioni rimaste a disposizione dell'avversario. Consentendo apparentemente all'Unione Sovietica un vantaggio cospicuo in termini di armi nucleari di portata intermedia, le amministrazioni Carter e Reagan hanno in realtà costretto il Cremlino a riconoscere il rischio gravissimo ad esse associato. Il tentativo da parte sovietica di aprire un cuneo tra gli interessi strategici degli Stati Uniti e quelli tattici dei loro alleati in Europa Occidentale si è rivelato sbagliato proprio perchè l'atteggiamento aggressivo rappresentato dall'introduzione degli SS-20 era 'troppo irrazionale'. Anche in assenza di un allineamento politico tra gli USA ed i loro alleati ad est dell'Atlantico, la razionalità della strategia di deterrenza adottata dalla Casa Bianca sarebbe stata sufficiente a vanificare il tentativo di *escalation* tattica da parte sovietica. In altre parole, comportandosi come hanno fatto, gli Stati Uniti hanno rivelato di voler evitare *qualsiasi* confronto nucleare, attribuendo all'armamento nucleare l'esclusivo carattere di deterrente - rifiutandosi quindi di costruire armi nucleare dall'evidente carattere operativo

- mentre l'atteggiamento sovietico, almeno in linea di principio, faceva pensare che l'URSS considerasse come deterrente *solo* l'arsenale strategico e come strumento operativo l'arsenale di teatro.

10 Volete burro o cannoni?

In questo paragrafo, esamineremo un problema di grande attualità, che si può introdurre parafrasando Ikenberry (2002): l'America è senza rivali? Ovvero, posto che ci troviamo di fatto in una situazione in cui esiste una sola superpotenza, dobbiamo apsettarci che questo stato delle cose perduri, oppure che sorga una potenza alternativa, o una coalizione abbastanza potente da controbilanciarne il peso a livello planetario?[17]

Per analizzare questo problema, esaminiamo un mondo composto da tre paesi, cioè una superpotenza S (gli stati Uniti) e due potenze minori, o satelliti, s_1 ed s_2 (ad esempio, Russia e Cina). Per ipotesi, assumiamo (i) che la superpotenza possa decidere se pagare o meno un sussidio a ciascuno dei satelliti, affinchè questi non si alleino per formare una coalizione atta a controbilanciare la posizione dominante di S; e che (ii) ciascuno dei due satelliti possa, in assenza del sussidio, investire una quantità di risorse k per costruire un'allenza, o coalizione.

Le due prospettive possibili per la superpotenza sono le seguenti. Se paga il sussidio,[18] la sua utilità è:

$$W_S(\sigma) = c_S - 2\sigma + 2\beta\sigma + P \tag{43}$$

in cui:

- c_S è il livello dei consumi di S;
- σ è l'ammontare del sussidio pagato ai due satelliti, e quindi 2σ è il costo complessivo sopportato dalla superpotenza;
- $2\beta\sigma$ misura il beneficio che la superpotenza si attende di ottenere tramite la distribuzione dei sussidi, con $\beta \in (0, 1)$. Quest'ipotesi sulla

[17] Non è questa la sede adatta per riassumere il dibattito al riguardo, in merito al quale rimando ad Ikenberry (2002) e a tutta la letteratura (vastissima) ivi citata.

[18] Tale sussidio potrebbe consistere nel concedere l'accesso al mercato interno di S ai satelliti, cioè in un accordo di *free trade*. Torneremo su questo particolare aspetto nel prossimo paragrafo.

dimensione di β è giustificale nei seguenti termini. Se la superpotenza non sussidia i satelliti, e questi ultimi non formano una coalizione, $W_S = c_S + P$. Quindi, in assoluto, il pagamento del sussidio deve rappresentare un assoluto costo per S, ovvero il beneficio marginale generato dal sussidio deve essere inferiore al costo marginale: questo implica $\beta < 1$. D'altra parte, il beneficio marginale deve essere positivo altrimenti S non pagherebbe mai e poi mai alcun sussidio: da questo deriva $\beta > 0$.

- P è il livello di potere mondiale di cui gode la superpotenza restando egemone, cioè in assenza di una coalizione che le si opponga.

Se la superpotenza non paga i sussidi, allora i due satelliti si alleano, e l'utilità che ne deriva per la superpotenza è la seguente:

$$W_S(A) = c_S + P - \beta A \tag{44}$$

in cui A misura il potere detenuto dall'alleanza tra s_1 ed s_2. Si noti che questa coalizione ha l'effetto di ridurre il potere P della superpotenza in ragione del parametro β. Ovvero, stiamo ipotizzando che la superpotenza misuri qualsiasi scostamento dalla sua posizione egemonica nello stesso modo, sia in positivo che in negativo.

Adesso dobbiamo occuparci dei satelliti. Se accettano il sussidio e non si alleano, ciascuno di loro ottiene un'utilità pari a:

$$w_i(\sigma) = c_i + \sigma \tag{45}$$

in cui c_i misura il livello dei consumi.

Se invece non viene pagato il sussidio e i due paesi satelliti si alleano, ciascuno di loro ottiene:

$$w_i(A) = c_i - k + A. \tag{46}$$

A questo proposito, si noti che il paese i paga in costo individuale k associato all'investimento necessario a consolidare l'alleanza, ma poi gode per intero dei benefici da essa generati, A. Possiamo quindi assumere $A \geq 2k$.

Ora esaminiamo gli incentivi della superpotenza (a pagare il sussidio per evitare che si formi una coalizione) e dei satelliti (ad accettare il sussidio, rinunciando a formare la coalizione). Se le seguenti condizioni sono simultaneamente soddisfatte:

$$W_S(\sigma) > W_S(A) \Leftrightarrow c_S - 2\sigma + 2\beta\sigma + P > c_S + P - \beta A \tag{47}$$

$$w_i(\sigma) > w_i(A) \Leftrightarrow c_i + \sigma > c_i - k + A \tag{48}$$

allora vi è compatibilità degli incentivi relativamente al mantenimento dello *status quo*, ovvero la superpotenza trova conveniente pagare i sussidi e i satelliti trovano conveniente non coalizzarsi.

Semplificando e risolvendo la diseguaglianza (47), otteniamo:

$$\sigma < \frac{\beta A}{2(1-\beta)} \tag{49}$$

mentre dalla condizione (48) ricaviamo:

$$\sigma > A - k. \tag{50}$$

Entrambe si prestano ad un'interpretazione immediata: da un lato, la (49) mostra che la superpotenza troverà profittevole pagare il sussidio se non è troppo costoso in termini del rapporto tra l'esito generato dal sussidio stesso, misurato da $2(1-\beta)$, e l'esito alternativo che matura in assenza del sussidio, misurato dal danno βA alla sua posizione egemonica; dall'altro, la (50) afferma semplicemente che un paese satellite accetterà di ricevere il sussidio e rinuncerà a cercare alleanze se il sussidio è superiore al guadagno netto generato dalla coalizione.

In generale, vi è compatibilità degli incentivi al mantenimento dello *status quo* se e solo se:

$$\frac{\beta A}{2(1-\beta)} > A - k. \tag{51}$$

Tale diseguaglianza è equivalente alla seguente:

$$A(3\beta - 2) > 2k(\beta - 1). \tag{52}$$

Per prima cosa, si osservi che (49) richiede ancora una volta che $\beta \in (0,1)$, in quanto $\sigma > 0$. Dopo di che, si osservi che il lato destro della diseguaglianza (52) è, di conseguenza, sempre negativo. Quindi, $\beta \in (2/3, 1)$ è una condizione sufficiente ad assicurare il mantenimento dello *status quo*. La discussione che abbiamo appena condotto si può riassumere in questi termini:

Proposizione 10 *Se $\beta \in (2/3,1)$, allora $A(3\beta - 2) > 2k(\beta - 1)$. Quindi, in equilibrio, la superpotenza si assicura di restare egemone attraverso il* *pagamento di un sussidio che i paesi satelliti sono felici di ricevere rinunciando a costruire una coalizione, per tutti i*

$$\sigma \in \left(A - k, \frac{\beta A}{2(1-\beta)} \right).$$

Naturalmente, posto che $A(3\beta - 2) > 2k(\beta - 1)$, la superpotenza può sempre scegliere un valore di σ appropriato a tutelare lo status quo, e naturalmente vale il seguente Corollario alla Proposizione 10:

Corollario 2 *A condizione che* $A(3\beta - 2) > 2k(\beta - 1)$, *allora il valore ottimo del sussidio scelto dalla superpotenza sarà* $\sigma^* = A - k + \varepsilon$, *con* ε *positivo e piccolo a piacere.*

Altrettanto naturalmente, seguendo la procedura opposta (ma analoga) è possibile identificare le condizioni che devono essere soddisfatte affinchè gli incentivi dei giocatori si allineino in senso totalmente opposto, a configurare una situazione di equilibrio in cui (i) la superpotenza trova conveniente non pagare il sussidio e (ii) i paesi satelliti trovano conveniente investire per costruire la coalizione. Ovviamente, queste condizioni sono l'esatto opposto di (49) e (50), rispettivamente. La compatibilità degli incentivi, in questo caso, richiede $A(3\beta - 2) < 2k(\beta - 1)$.

Un aspetto tipico della scelta tra burro e cannoni, che non è emerso da questa trattazione per ragioni di brevità e semplicità espositiva, è quello della relazione esistente tra difesa e crescita economica. A questo riguardo, si veda Heo (1998). Per ulteriori approfondimenti, rimandiamo a Poweell (1993) e Carrubba e Singh (2004).

11 Cooperazione internazionale e *free trade*

All'interno della teoria delle relazioni internazionali, la politica mondiale è comunemente ritenuta 'anarchica', intendendo con questo che l'emergere di una qualsiasi forma di cooperazione tra Stati deve essere compatibile con il principio di sovranità (vedi, ad esempio, Keohane, 1986, p.1). Questo, a sua volta, è compatibile con il criterio di reciprocità, il quale è alla base, ad esempio, degli accordi sul commercio internazionale (come il GATT, *General Agreement on Tariffs and Trade*).

Per analizzare il problema dell'apertura al commercio internazionale come gioco non cooperativo, esaminiamo il caso di un mondo a due paesi, 1 e 2, ciascuno dei quali dispone di due strategie: F (*free trade*) e P (protezionismo), mutualmente esclusive.[19] Il gioco "protezionismo o *free trade*?" si può quindi rappresentare tramite la matrice 9.

		Paese 2	
		P	F
Paese 1	P	$\omega_1(P,P)\ ;\ \omega_2(P,P)$	$\omega_1(P,F)\ ;\ \omega_2(F,P)$
	F	$\omega_1(F,P)\ ;\ \omega_2(P,F)$	$\omega_1(F,F)\ ;\ \omega_2(F,F)$

Matrice 9: protezionismo o *free trade*?

In ciascun *payoff* $\omega_i(\cdot)$ che compare nella matrice, la prima lettera indica la strategie del giocatore i, mentre la seconda indica la strategia di j, $i,j = 1,2$, $i \neq j$.

Naturalmente la natura del gioco ed il suo esito di equilibrio dipendono dalla sequenza di *payoffs* assunta per ciascun giocatore. Ad esempio, se $\omega_i(P,P) > \omega_i(F,P)$, $\omega_i(P,F) > \omega_i(F,F)$ e $\omega_i(P,P) < \omega_i(F,F)$, allora il gioco è un dilemma del prigioniero, in cui l'esito di *free trade* è Pareto efficiente ma il protezionismo è una strategia dominante. Per chiarire ulteriormente, possiamo usare dei numeri, ancora una volta in qualche misura arbitrari ma scelti in modo da rispecchiare il problema appena menzionato:

		Paese 2	
		P	F
Paese 1	P	3 ; 3	12 ; 1
	F	1 ; 12	8 ; 8

Matrice 10: protezionismo come esito di un dilemma del prigioniero

[19] Con un afflato di realismo in più (che in questa sede è superfluo), possiamo alternativamente pensare a una situazione in cui ciascun paese può scegliere il livello delle tariffe in modo continuo, da zero (*free trade*) fino al livello (che può essere arbitrariamente alto) a partire dal quale il suo mercato interno risulta totalmente impermeabile ai prodotti provenienti dall'estero.

In questo gioco, il problema di free riding che sottende qualsiasi dilemma del prigioniero si manifesta nell'incentivo per ciascuno dei due paesi a tenere chiuse le proprie frontiere per tentare di sfruttare l'apertura unilaterale da aprte dell'altro. Ovviamente, siccome questo ragionamento vale per entrambi, l'equilibrio (unico e in strategie strettamente dominanti) è identificato da (P, P), che è inferiore nel senso di Pareto rispetto a (F, F).

A questo proposito, è il caso di menzionare che non necessariamente è questa la situazione che dobbiamo aspettarci quando esaminiamo gli incentivi di un paese ad aprirsi al commercio internazionale.

Ad esempio, la *nuova teoria del commercio internazionale* presenta la questione come un gioco con un unico equilibrio in strategie dominanti, sì, ma Pareto-efficiente (vedi Helpman e Krugman, 1985; e Krugman, 1990, *inter alia*).

Stando al dettato di quest'ultima teoria, ciò che cambia rispetto alla matrice 9 (e quindi anche alla matrice 10, ovviamente) è che $\omega_i(P, P) < \omega_i(F, P)$ e $\omega_i(P, F) < \omega_i(F, F)$ Ovvero, la matrice diventa la seguente:

		Paese 2	
		P	F
Paese 1	P	3 ; 3	4 ; 5
	F	5 ; 4	8 ; 8

Matrice 11: *free trade* come esito di equilibrio Pareto-efficiente

Il motivo di questa differente concezione del commercio internazionale risiede nelle ipotesi di concorrenza monopolistica (per quanto riguarda le imprese) e di preferenza per la varietà (per quanto riguarda i consumatori). La prima implica che le imprese (i) in equilibrio, pratichino un prezzo pari al costo medio di produzione, conseguendo così profitti nulli, e (ii) offrano diverse varietà dello stesso prodotto; la seconda esprime l'idea che il consumatore rappresentativo[20] veda aumentare la propria utilità (derivante dal consumo) all'aumentare del numero delle varietà di uno stesso prodotto

[20]Per consumatore 'rappresentativo' si può intendere, con buona approssimazione il consumatore 'medio', cioè un individuo ideal tipico che riassume le caratteristiche essenziali dell'intera popolazione: in questo caso, l'unica caratteristica essenziale si identifica con le preferenze di consumo.

disponibili sul mercato. Sulla base di queste ipotesi, l'apertura al commercio, anche se solo unilaterale, è sempre foriera di benefici perchè i profitti delle imprese restano nulli mentre il surplus dei consumatori aumenta monotonicamente nel numero delle varietà di prodotto. Chiaramente questo fa sì che la strategia F sia dominante e dia luogo ad un equilibrio Pareto-efficiente.

Tuttavia, anche attenendosi alla prospettiva presentata dalle matrici 9 e 10, esiste una via d'uscita offerta dalla teoria dei giochi ripetuti. Posto che il gioco costituente (rappresentato appunto da una di queste due matrici) si ripeta su orizzonte infinito, il *folk theorem* in una qualsiasi delle sue varie versioni ci assicura che i due paesi possano collocarsi in un equilibrio diverso e più efficiente rispetto a quello generato dal gioco costituente.

Esaminiamo brevemente, a scopo illustrativo, il caso in cui i due paesi ripetano per sempre il gioco descritto dalla matrice 9, secondo le regole del *folk theorem perfetto* di Friedman (1971).[21] L'orizzonte temporale è definito da $t \in [0, \infty)$, entrambi i paesi scontano il futuro usando lo stesso fattore $\delta \in [0, 1]$ ed il gioco ripetuto si svolge secondo le regole seguenti:

1. Nel primo periodo, $t = 0$, si gioca F.

2. In qualunque periodo successivo, $t > 0$, si gioca la strategia F se entrambi i paesi hanno giocato F nel periodo $t - 1$. Altrimenti, si gioca la strategia di equilibrio di Nash del gioco costituente, P, e la si ripete all'infinito.

Queste strategie sono note come *grim trigger strategies* o semplicemente come *trigger strategies*, in quanto la deviazione dal sentiero iniziale (lungo il quale i paesi colludono sull'esito Pareto-efficiente) è il *grilletto* che fa scattare una punizione di Nash infinitamente lunga.

La strategia F fa parte di un equilibrio perfetto nei sottogiochi se e solo se:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \omega_i (F, F) \delta^t \geq \omega_i (P, F) + \sum_{t=1}^{\infty} \omega_i (P, P) \delta^t. \tag{53}$$

In parole, la diseguaglianza (53) si interpreta così: l'espressione che compare sul lato sinistro è il *payoff* (in valore attuale, valutato a $t = 0$) associato al *free trade*, dal primo periodo all'infinito; l'epressione che compare a destra è

[21] Per un'esposizione dettagliata di questa come di altre versioni del *folk theorem*, mi permetto di rimandare a Cellini e Lambertini (1992, 1996^2, cap. 9) e Garella e Lambertini (2002, cap. 12).

la somma del *payoff* generato dalla deviazione unilaterale verso il protezionismo, a $t = 0$, e del flusso scontato dei *payoffs* generati dall'equilibrio di Nash del gioco costituente, da $t = 1$ all'infinito. Siccome:

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t &= \frac{1}{1-\delta} \Leftrightarrow \qquad (54) \\ \sum_{t=1}^{\infty} \delta^t &= \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t - 1 = \frac{1}{1-\delta} - 1 = \frac{\delta}{1-\delta}, \end{aligned}$$

la condizione (53) si può riscrivere nel seguente modo:

$$\frac{\omega_i(F,F)}{1-\delta} \geq \omega_i(P,F) + \frac{\delta}{1-\delta}\omega_i(P,P), \qquad (55)$$

dalla quale si ricava rapidamente:

$$\delta \geq \frac{\omega_i(P,F) - \omega_i(F,F)}{\omega_i(P,F) - \omega_i(P,P)} = \delta^* \qquad (56)$$

che è la condizione di stabilità che le preferenze intertemporali dei due paesi devono soddisfare affinchè il gioco ripetuto abbia come equilibrio perfetto nei sottogiochi l'esito (F, F). Altrimenti, se $\delta \in [0, \delta^*)$, allora si l'esito di equilibrio è (P, P) per tutti i $t \in [0, 1)$. Questo risultato si traduce nella:

Proposizione 11 *Se i due paesi sono sufficientemente pazienti, allora la ripetizione del gioco su orizzonte infinito consente loro di sostenere il free trade come esito di equilibrio per sempre.*

Fino a questo punto, abbiamo ipotizzato che i due paesi siano simili o del tutto identici in termini delle loro preferenze riguardo il commercio internazionale. Questo, tuttavia, può non essere il caso, e di fatto, storicamente, spesso non lo è stato. Ad esempio, intorno alla metà del XIX secolo, si è assistito a qualcosa di significativamente asimmetrico (sia in termini di incentivi individuali che di esito di equilibrio osservato) nei rapporti commerciali tra Francia e Gran Bretagna.

La situazione in questione è rappresentabile attraverso la matrice 12 (è il caso di ricordare ancora una volta che i numeri che compaiono in ogni casella sono sì arbitrari, ma scelti in modo opportuno):

		Francia	
		P	F
Gran Bretagna	P	1 ; 3	2 ; 1
	F	3 ; 4	4 ; 2

Matrice 12: apertura unilaterale

Questo gioco, riportato in Keohane (1989, p. 15) e Gowa (1989, p. 1251), possiede un unico equilibrio, in strategie trettamente dominanti per entrambi i paesi, che è (F, P): la Gran Bretagna adotta una strategia liberista mentre la Francia no.

L'esempio appena riportato, che riflette eventi storicamente verificatisi, aiuta a chiarire in termini molto semplici ed intuitivi che gli incentivi ad aprire le frontiere al commercio possono differire significativamente da un paese all'altro. In termini leggermente più generali, possiamo esaminare il caso in cui l'interazione avvenga tra un paese che definiremo come 'grande' o egemone (E) ed uno che definiremo 'piccolo' o non egemone (NE). La matrice 13, che descrive tale situazione, si trova in Conybeare (1984):

		NE	
		P	F
E	P	1 ; 1	4 ; 2
	F	2 ; 3	3 ; 4

Matrice 13: apertura unilaterale
da parte di un paese non egemone

In questo caso, il paese piccolo (NE) ha una strategia strettamente dominante, che è F, mentre il paese grande (E) non ce l'ha. Tuttavia, per dominanza iterata, una volta scartata la prima colonna della matrice, risulta ottimale per E giocare P. Quindi, esiste un unico equilibrio, ottenuto per dominanza iterata, che è (P, F) . Si noti la differenza tra questo risultato e quello (egualmente asimmetrico) del gioco precedente: nel caso della matrice 13, il paese grande si trova in posizione vantaggiosa, in equilibrio, rispetto a quello piccolo, mentre nel caso della matrice 12 vale l'esatto opposto. I due equilibri, per contro, condividono la caratteristica per cui il paese che sta meglio è quello che adotta la strategia protezionista. Quest'ultima considerazione, alla luce di quanto detto sopra a proposito della *nuova teoria del commercio internazionale*, può risultare più o meno accettabile.

Per ulteriori approfondimenti su questo tema, oltre alle fonti già menzionate nel testo, rimandiamo a Snidal (1985), Yarbrough e Yarbrough (1986, 1987) e Powell (1991).

Bibliografia

Anderson, S., A. De Palma e J.-F. Thisse (1992), *Discrete Choice Theory of Product Differentiation*, Cambridge, MA, MIT Press.

Beath, J. e Y. Katsoulacos (1991), *The Economic Theory of Product Differentiation*, Cambridge, Cambridge University Press.

Blanchard, O.J. (2000), *Macroeconomics*, New Jersey, Prentice-Hall. Trad. it.: *Macroeconomia*, Bologna, Il Mulino, 2000.

Carrubba, C.J. e A. Singh (2004), "A Decision Theoretic Model of Public Opinion: Guns, Butter, and the European Common Defense", *American Journal of Political Science*, **48**, 218-31.

Cellini, R. e L. Lambertini (1992, 1996[2]), *Una guida alla teoria dei giochi*, Bologna, CLUEB.

Chamberlin, E.H. (1933), *The Theory of Monopolistic Competition*, Cambridge, MA, Harvard University Press.

Conybeare, J.A.C. (1984), "Public Goods, Prisoners' Dilemmas and the International Political Economy", *International Studies Quarterly*, **28**, 5-22.

d'Aspremont, C., A. Jacquemin (1988), "Cooperative and Noncooperative R&D in Duopoly with Spillovers", *American Economics Review*, **78**, 1133-37.

d'Aspremont, C., J.J. Gabszewicz e J.-F. Thisse (1979), "On Hotelling's 'Stability in Competition'", *Econometrica*, **47**, 1045-50.

Dixit, A. (1979), "A Model of Duopoly Suggesting a Theory of Entry Barriers", *Bell Journal of Economics*, **10**, 20-32.

Dixit, A. (1980), "The Role of Investment in Entry Deterrence", *Economic Journal*, **90**, 95-106.

Dixit, A. e B. Nalebuff (1991), *Thinking Strategically*. Trad. it.: *Io vinco tu perdi*, Milano, Il Sole 24 ORE, 1993.

Downs, A. (1957), *An Economic Theory of Democracy*, New York, Harper and Row.

Economides, N. (1986), "Minimal and Maximal Differentiation in Hotelling's Duopoly", *Economics Letters*, **21**, 67-71.

Friedman, J.W. (1971), "A Non-Cooperative Equilibrium for Supergames", *Review of Economic Studies*, **28**, 1-12.

Gabszewicz, J.J. e J.-F. Thisse (1992), "Location", in Aumann, R. e S. Hart (a cura di), *Handbook of Game Theory*, vol. 1, Amsterdam, North-Holland.

Gardner, R. (1995), *Games for Business and Economics*, New York, Wiley.

Garella, P. e L. Lambertini (2002), *Organizzazione industriale*, Roma, Carocci.

Gowa, J. (1989), "Bipolarity, Multipolarity, and Free Trade", *American Political Science Review*, **83**, 1245-56.

Haas, M.L. (2001), "Prospect Theory and the Cuban Missile Crisis", *International Studies Quarterly*, **45**, 241-70.

Helpman, E. e P. Krugman (1985), *Market Structure and Foreign Trade*, Cambridge, MA, MIT Press.

Krugman, P. (1990), *Rethinking International Trade*, Cambridge, MA, MIT Press.

Heo, U. (1998), "Modeling the Defense-Growth Relationship Around the Globe", *Journal of Conflict Resolution*, **42**, 637-57.

Hotelling, H. (1929), "Stability in Competition", *Economic Journal*, **39**, 41-57.

Ikenberry, G.J. (2002), *America Unrivaled. The Future of the Balance of Power*, Ithaca, Cornell University Press. Trad. it. (parziale): *America senza rivali?*, Bologna, Il Mulino, 2004.

Keohane, R.O. (1986), "Reciprocity in International Relations", *International Organization*, **40**, 1-27.

Kydd, A: (2000), "Arms Races and Arms Control: Modeling the Hawk Perspective", *American Journal of Political Science*, **44**, 228-44.

Lambertini, L. (1997), "Optimal Fiscal Regime in a Spatial Duopoly", *Journal of Urban Economics*, **41**, 407-20.

Liddell Hart, B.H. (1970), *History of the Second World War*. Trad. it: *Storia della Seconda Guerra Mondiale*, Milano, Mondadori, 1970.

Luce, R.D. e H. Raiffa (1957), *Games and Decisions*, New york, Wiley.

Nalebuff, B: (1991), "Rational Deterrence in an Imperfect World", *World Politics*, **43**, 313-35.

Nasar, S. (1998), *A Beautiful Mind*, New York, Touchstone Books. Trad. it.: *Il genio dei numeri*, Milano, Rizzoli, 1999.

Nerlove, M. e K.J. Arrow (1962), "Optimal Advertising Policy under Dynamic Conditions", *Economica*, **29**, 129-42.

Ordeshook, P.C. (1986), *Game theory and Political Theory*, Cambridge, Cambridge University Press.

Ordeshook, P.C. (1989, a cura di), *Models of Strategic Choice in Politics*, Ann Arbor, Michigan, The University of Michigan Press.

Ordeshook, P.C. (1992), *A Political Theory Primer*, London, Routledge.

Persson, T. e G. Tabellini (1990), *Macroeconomic Policy, Credibility and Politics*, Chur, Harwood Academic.

Powell, R. (1987), "Crisis Bargaining, Excalation, and MAD", *American Political Science Review*, **81**, 717-36.

Powell, R. (1989), "Crisis Stability in the Nuclear Age", *American Political Science Review*, **83**, 61-76.

Powell, R. (1991), "Absolute and Relative Gains in International Relations theory", *American Political Science Review*, **85**, 1303-20.

Powell, R. (1993), "Guns, Butter, and Anarchy", *American Political Science Review*, **87**, 115-32.

Shubik, M. (1971), "The Dollar Auction Game: A Paradox in Noncooperative Behavior and Escalation", *Journal of Conflict Resolution*, **15**, 109-11.

Snidal, D. (1985), "Coordination versus Prisoner's Dilemma: Implications for International Cooperation and Regimes", *American Political Science Review*, **79**, 923-42.

Smith, J. (1998), *The Cold War, 1945-1991*, Oxford, Blackwell. Trad. it.: *La guerra fredda, 1945-1991*, Bologna, Il Mulino, 2000.

Sylos-Labini, P. (1957), *Oligopolio e progresso tecnico*, Torino, Einaudi.

Wagner, R.H. (1991), "Nuclear Deterrence, Counterforce Strategies, and the Incentive to Strike First", *American Political Science Review*, **85**, 727-49.

Yarbrough, B.V. e R.M. Yarbrough (1986), "Reciprocity, Bilateralism, and Economic 'Hostages': Self-Enforcing Agreements in International Trade", *International Studies Quarterly*, **30**, 7-21.

Yarbrough, B.V. e R.M. Yarbrough (1987), "Cooperation in the Liberalization of International Trade: After Hegemony, What?", *International Organization*, **41**, 1-26.