Teoria dell'Agenzia, le Applicazioni al Mercato del Credito

Gabriella Chiesa

I Problemi tipici nella relazione prenditore-prestatore:

Il Comportamento Strategico del Prenditore:

Scelta di Rischio

Scelta di impegno

Il Vantaggio Informativo del Prenditore:

Selezione Avversa

Le Implicazioni:

1. La rischiosità del prestito è funzione crescente del tasso d'interesse e dell'indebitamento dell'impresa

2. Il valore dell'impresa finanziata è funzione decrescente del tasso d'interesse e dell'indebitamento dell'impresa

3. Il Profitto del finanziatore non è sempre crescente nel tasso che pratica:

possibilità di razionamento del credito

I Correttivi:

Il ruolo dei Collaterali

il ruolo del capitale proprio nell'impresa

il ruolo della reputazione del prenditore

Le tre C dell'analisi di credito: *collateral, capital, character*

Osservazione

Il payoff del prestatore, π_F, dipende dal tasso che applica ma anche dalla probabilità con cui il prenditore è solvente (rimborsa il prestito):

$$\pi_F = pP$$

dove P denota la promessa di pagamento:

$$P \equiv (1 + r_L)L$$

avendo indicato con r_L il tasso di interesse, e con L l'ammonatare del prestito concesso;

p indica la probabilità con cui il prenditore è solvente

? Se si avesse che tanto più è elevato il tasso sul prestito e o l'ammontare del prestito, tanto più è bassa la probabilità con cui questo è ripagato ?

? ovvero se si avesse che:

$$\frac{\partial p}{\partial P} < 0$$

In tale caso non sarebbe ncessariamente profittevole aumentare il tasso, ovvero potrebbe aversi che

$$\frac{\partial \pi_F}{\partial P} < 0$$

Ci sono buone ragioni perchè sia vero che

$$\frac{\partial p}{\partial P} < 0 \ .$$

Queste "ragioni" sono riconducibili a:

i) l'impegno che il prenditore mette nel progetto che il prestito finanzia;

ii) la possibilità che il prenditore ha di determinare la *rischiosità* del progetto;

iii) lo svantaggio informativo del prestatore, rispetto al prenditore, riguardo la qualità del progetto (il merito di credito del prenditore).

i)-ii) sono alla radice di problemi di *Moral Hazard* ("slealtà morale", Azione Nascosta); iii) è alla radice del problema di *Selezione Avversa* (informazione asimmetrica ex-ante)

Caratterizzazione di un progetto d'investimento (o progetto)

$t = 0$	Il progetto è intrapreso: I è investito
$t = 1$	L'imprenditore potrebbe avere una scelta di azione a
$t = 2$	il risultato del progetto si realizza (si ha la realizzazione della variabile casuale $\widetilde{x}$)

Il risultato del progetto può dipendere dalla scelta di azione a, oppure dal "tipo" di imprenditore ("tipo" = "merito di credito"). L'azione può essere costosa per l'imprenditore, per esempio può consistere nel conferimento da parte dello stesso di attività (attività reali, brevetti, ..) che altrimenti impiegate offrono allo stesso un rendimento. Denoteremo con $C(a)$ il costo per l'imprenditore nell'intraprendere l'azione a. Per semplicità supporremo che la realizzazione del risultato del progetto possa essere o successo o insuccesso, nel qual caso il risultato è nullo.

Contratto di Debito

Useremo la seguente notazione:

denotiamo con r_L il tasso di interesse, con L l'ammonatare del prestito, e con P la promessa di pagamento:

$$P \equiv (1 + r_L)L$$

e con x la realizzazione del risultato del progetto.

I payoffs delle parti alla data finale (quando il risultato del progetto è realizzato) sono:

per il **prenditore**: $\max(x - P, 0)$ – il payoff del prenditore è convesso in x

per il **prestatore**: $\min(P, x)$ – il payoff del prestatore è concavo in x

Il comportamento strategico del Prenditore

Il Punto Cruciale

Chi prende le decisioni (insiders) persegue il proprio interesse:

l'azione preferita dall'insider è a^* che massimizza il suo profitto:

$$a^* = \arg\max_a \left[E\left(max\left(x - P, 0 \right) | a \right) - C\left(a \right) \right]$$

le decisioni dell'insider, la scelta di a, dipende da P , ovvero dal tasso d'interesse sul prestito e dalla dimensione del prestito.

Il Comportamento Strategico del Prenditore : Scelta d'Impegno

Consideriamo il caso semplice in cui l'insider una volta ottenuto il finanziamento, una volta intrapreso il progetto, possa scegliere tra due possibili azioni:

impegno che denotiamo con im, *non-impegno* che denotiano con $\varnothing$:

$$a \in \{im, \varnothing\}$$

l'impegno è costoso per l'insider:

$$C(im) = C > 0$$

$$C(\varnothing) = 0$$

Se l'insider profonde *impegno*, $a = im$, il progetto ha successo, genera il risultato x, con probabilità p_a; fallisce, genera un risultato nullo, con la probabilità residua.

In assenza di impegno, $a = \varnothing$, il risultato è x con probabilità $p_\varnothing$, nullo con probabilità residua.

*** l'impegno incrementa la probabilità di successo in misura pari a $\mathbf{\Delta} \equiv p_a - p_\varnothing$.

L'impegno genera **valore**:

$$E(\tilde{x}|im) - C > E(\tilde{x}|\varnothing)$$

ovvero

$$p_a x - C > p_\varnothing x \tag{1}$$

*** l'impegno incrementa la probabilità di successo in misura pari a $\mathbf{\Delta} \equiv p_a - p_\varnothing$, e l'incremento nel valore atteso dell'impresa, $x\mathbf{\Delta}$, eccede il costo dell'impegno.

Nota Bene: se l'insider non dovesse condividere il risultato del progetto con altri, ovvero se l'insider avesse diritto all'intero risultato d'impresa, sceglierebbe $impegno$!!

L'insider non ha diritto all'intero risultato: ha un debito la cui promessa di pagamento è P: il suo profitto atteso è:

condizionalmente alla scelta $impegno$:

$$p_a\left(x - P\right) - C \ , \ \text{se } P < x$$

$$- C \qquad , \ \text{se } P \geq x$$

condizionalmente alla scelta $non - impegno$:

$$p_\varnothing\left(x - P\right) \quad , \ \text{se } P < x$$

$$0 \ , \ \text{se } P \geq x$$

Dato P, l'insider sceglie $impegno$ se e solo se

$$p_a\,(x - P) - C \geq p_{\varnothing}\,(x - P) \quad ,$$

ovvero se P è sufficientemente ridotto:

$$P \leq \widehat{P}$$

$$\widehat{P} \equiv \frac{\boldsymbol{\Delta} x - C}{\boldsymbol{\Delta}}$$

dove $\boldsymbol{\Delta} = p_a - p_{\varnothing}$.

L'azione scelta è allora:

$$\text{impegno se}: \quad P \leq \widehat{P}$$

$$non - \text{impegno se}: \quad P > \widehat{P}$$

una volta che P aumenti fino ad eccedere $\widehat{P}$, l'insider ribalta la propria scelta da *impegno* a *non-impegno*.

Il payoff del finanziatore è $\pi_F(P)$:

$$\pi_F(P) = \begin{array}{c} p_a P \text{ se } P \leq \widehat{P} \\ \\ p_\varnothing \min(P, x) \text{ se } P > \widehat{P} \end{array}$$

il valore massimo che il payoff del finanziatore può assumere è $\pi_F(P)^*$:

$$\pi_F(P)^* = \max\left(p_a \widehat{P}, p_\varnothing x\right) \ .$$

Abbiamo allora:

1. La rischiosità del prestito è funzione crescente del tasso d'interesse e dell'indebitamento dell'impresa: una volta che P aumenti fino ad eccedere $\widehat{P}$, la probabilità di successo e quindi di solvenza dell'impresa cade da p_a a $p_\varnothing$.

2. Il valore dell'impresa finanziata è funzione decrescente del tasso d'interesse e dell'indebitamento dell'impresa: una volta che P aumenti fino ad eccedere $\widehat{P}$, il valore dell'impresa cade dal valore $p_a x - C$ al valore $p_\varnothing x$.

3. Il Profitto del finanziatore non è sempre crescente nel tasso che pratica: π_F è crescente in P, fintanto che $P < \widehat{P}$, in corispondenza di $P = \widehat{P}$ cade in quanto la probabilità di solvenza cade da p_a a $p_\varnothing$.

Cosa Succede alla data 0:

i) il progetto sarà intrapreso ?

ii) se è intrapreso, quale sarà il tasso praticato ?

Consideriamo la domanda i) nell'ipotesi di assenza di necessità di finanziamento:

sappiamo dall'analisi della scelta d'azione in assenza di finanziamento esterno che l'imprenditore sceglie $impegno$. Alla data 0 sceglierà allora di intraprendere il progetto se:

$$p_a x - C \geq (1 + r)\, I \tag{2}$$

dove r è il costo opportunità dei fondi (il tasso d'interesse sull' attività libera da rischio).

Supponiamo valga la (2). Quando al fine di intraprendere il progetto, l'imprenditore debba prendere a prestito L , il progetto sarà intrapreso?

La risposta è affermativa se e solo se il finanziatore concedendo un prestito di valore L non faccia profitti negativi. Ciò è possibile se e solo se il valore massimo che il payoff del finanziatore può assumere, $\pi_F(P)^* = \max\left(p_a\widehat{P}, p_\varnothing x\right)$, non è inferiore al payoff che lo stesso avrebbe non concedendo il prestito: il finanziamento sarà concesso se e solo se:

$$\max\left(p_a\widehat{P}, p_\varnothing x\right) \geq (1+r)\,L \tag{3}$$

tanto più è basso il finanziamento, tanto più basso L, tanto più è probabile che la (3) valga:

$\Longrightarrow\Longrightarrow$ tanto più è elevato il capitale dell'impresa, e quindi tanto più basso è L, tanto più le opportunità di investimento profittevoli sono effettivamente intraprese.

ii) quale sarà il tasso praticato?

la domanda è rilevante se vale la (3), ovvero se

$$\max\left(p_a\widehat{P}, p_\varnothing x\right) \geq (1+r)\,L.$$

Assumiamo che questa valga.

Nell'ipotesi di competizione tra finanziatori, il tasso sarà quello relativamente al quale il profitto del finanziatore è nullo: Il tasso praticato è implicitamente definito da P :

$$P : \begin{array}{ll} p_a P = (1+r)\,L & \text{se } p_a\widehat{P} > (1+r)\,L \quad \text{(a)} \\ p_\varnothing P = (1+r)\,L & \text{se } \ p_\varnothing x > (1+r)\,L > p_a\widehat{P} \end{array}$$

tanto più è ridotto il finanziamento, tanto più è probabile che valga la (a), e dunque che il tasso sia "basso"

$\Longrightarrow\Longrightarrow$ imprese con "alto" capitale ottengono finanziamenti a tassi "bassi".

Nell'ipotesi di finanziatore monopolista?

La risposta è immediata quando l'impresa non ha capitale proprio da investire nel progetto, ovvero $L = I$.

E' implicitamente definito da P :

$$P = \begin{cases} \widehat{P} \text{ se } \; p_a\widehat{P} \leq p_\varnothing x \;\; \text{(a)} \\ x \text{ se } \; p_\varnothing x > p_a\widehat{P} \end{cases}$$

imprenditore ha profitti positivi? Sì se e solo se vale la (a).

Quando l'impresa ha capitale proprio valgono conclusioni analoghe.

Il Comportamento Strategico del Prenditore : Scelta di Rischio

L'insider può condurre l'impresa (implementare il progetto) seguendo diverse strategie rilevanti ai fini di definire la *rischiosità* dell'impresa (progetto). Consideriamo il caso semplice in cui l'insider abbia accesso a due possibili strategie: una rischiosa l'altra non-rischiosa. In altre parole, può scegliere tra due possibili azioni:

rischio che denotiamo con r, *non-rischio* che denotiano con s

$$a \in \{r, s\}$$

Se l'insider prende rischio, $a = r$, la distribuzione del risultato del progetto è:

$$x_r \quad , \text{ con } probabilit\grave{a} \; p_r$$

$$0 \; , \text{ con } probabilit\grave{a} \; 1 - p_r$$

Se non prende rischio, $a = s$, la distribuzione del risultato del progetto è:

$$x_s \quad , \text{ con } probabilit\grave{a} \; p_s$$

$$0 \; , \text{ con } probabilit\grave{a} \; 1 - p_s$$

dove:

$$1 > p_s > p_r \tag{4}$$

$$x_r > x_s \tag{5}$$

***** con l'azione rischiosa il risultato in caso di successo è più elevato, $x_r > x_s$, ma la probabilità di successo è inferiore,** $p_r < p_s$.

L'azione rischiosa distrugge *valore*:

$$E(\widetilde{x}|r) < E(\widetilde{x}|s)$$

ovvero

$$p_r x_r < p_s x_s \tag{6}$$

Nota bene: se l'insider non dovesse condividere il risultato del progetto con altri, ovvero se l'insider avesse diritto all'intero risultato d'impresa, sceglierebbe $non{-}rischio$!!

(perchè $p_s x_s > p_r x_r$).

L'insider non ha diritto all'intero risultato: ha un debito la cui promessa di pagamento è P: il suo profitto atteso è:

condizionalmente alla scelta $rischio$:

$$p_r\,(x_r - P) \quad , \text{ se } P < x_r$$

$$0 \;, \text{ se } P \geq x_r$$

condizionalmente alla scelta $non - rischio$:

$$p_s\,(x_s - P) \quad , \text{ se } P < x_s$$

$$0 \;, \text{ se } P \geq x_s$$

Dato P, l'insider sceglie $non - rischio$ se e solo se

$$p_s\left(x_s - P\right) \geq p_r\left(x_r - P\right) \quad ,$$

ovvero se P è sufficientemente ridotto:

$$P \leq \widehat{P}$$

$$\widehat{P} \equiv \frac{p_s x_s - p_r x_r,}{p_s - p_r} \quad .$$

L'azione scelta è allora:

$$\textit{non-rischio} \text{ se : } \; P \leq \widehat{P}$$

$$rischio \text{ se : } \; P > \widehat{P}$$

una volta che P aumenti fino ad eccedere $\widehat{P}$, l'insider ribalta la propria scelta da *non-rischio* a *rischio*.

Il payoff del finanziatore è $\pi_F(P)$:

$$\pi_F(P) = \begin{array}{c} p_s P \;\; \text{se } P \leq \widehat{P} \\ \\ p_r \min(P, x_r) \;\; \text{se } \; P > \widehat{P} \end{array}$$

Il valore massimo che il payoff del finanziatore può assumere è $\pi_F(P)^*$:

$$\pi_F(P)^* = \max\left(p_s \widehat{P}, p_r x_r\right).$$

Abbiamo allora:

1. La rischiosità del prestito è funzione crescente del tasso d'interesse e dell'indebitamento dell'impresa: una volta che P aumenti fino ad eccedere $\widehat{P}$, la probabilità di successo e quindi di solvenza dell'impresa cade da p_s a p_r.

2. Il valore dell'impresa finanziata è funzione decrescente del tasso d'interesse e dell'indebitamento dell'impresa: una volta che P aumenti fino ad eccedere $\widehat{P}$, il valore dell'impresa cade dal valore $p_s x_s$ al valore $p_r x_r$.

3. Il Profitto del finanziatore non è sempre crescente nel tasso che pratica:

π_F è crescente in P, fintanto che $P < \widehat{P}$, in corrispondenza di $P = \widehat{P}$ cade in quanto la probabilità di solvenza cade da p_s a p_r.

Cosa Succede alla data 0:

i) il progetto sarà intrapreso ?

ii) se è intrapreso, quale sarà il tasso praticato ?

Consideriamo la domanda i) nell'ipotesi di assenza di necessità di finanziamento:

sappiamo dall'analisi della scelta d'azione in assenza di finanziamento esterno che l'imprenditore sceglie $non - rischio$. Alla data 0 sceglierà allora di intraprendere il progetto se:

$$p_s x_s \geq (1 + r) I \tag{7}$$

dove r è il costo opportunità dei fondi (il tasso d'interesse sull' attività libera da rischio).

Supponiamo valga la (7). Quando l'imprenditore debba prendere a prestito L al fine di intraprendere il progetto, il progetto sarà intrapreso?

La risposta è affermativa se e solo se il finanziatore concedendo un prestito di valore L non faccia profitti negativi. Ciò è possibile se e solo se il valore massimo che il payoff del finanziatore può assumere, $\pi_F(P)^* = \max\left(p_s\widehat{P}, p_r x_r\right)$, non è inferiore al payoff che lo stesso avrebbe non concedendo il prestito: il finanziamento sarà concesso se e solo se:

$$\max\left(p_s\widehat{P}, p_r x_r\right) \geq (1+r)\,L \tag{8}$$

tanto più è basso il finanziamento, tanto più basso L, tanto più è probabile che la (8) valga:

$\Longrightarrow\Longrightarrow$ tanto più è elevato il capitale dell'impresa, e quindi tanto più basso è L, tanto più le opportunità di investimento profittevoli sono effettivamente intraprese.

ii) quale sarà il tasso praticato?

la domanda è rilevante se vale la (8), ovvero se

$$\max\left(p_s\widehat{P}, p_r x_r\right) \geq (1+r)\,L.$$

Supponiamo valga.

Nell'ipotesi di competizione tra finanziatori, il tasso sarà quello relativamente al quale il profitto del finanziatore è nullo. E' implicitamente definito da P :

$$P: \begin{array}{l} p_s P = (1+r)\,L \;\; \text{se } p_s\widehat{P} > (1+r)\,L \;\; \text{(a)} \\ p_r P = (1+r)\,L \;\; \text{se } \; p_r x_r > (1+r)\,L > p_s\widehat{P} \end{array}$$

tanto più è ridotto il finanziamento, tanto più è probabile che valga la (a), e dunque che il tasso sia "basso":

$\Longrightarrow\Longrightarrow$ imprese con "alto" capitale ottengono finanziamenti a tassi "bassi".

Nell'ipotesi di finanziatore monopolista?

La risposta è immediata quando l'impresa non ha capitale proprio da investire nel progetto, ovvero $L = I$.

E' implicitamente definito da P :

$$P = \begin{cases} \widehat{P} \text{ se } \ p_s\widehat{P} \leq p_r x_r \ \ \text{(a)} \\ x_r \text{ se } \ p_r x_r > p_s\widehat{P} \end{cases}$$

imprenditore ha profitti positivi? Sì se e solo se vale la (a).

Quando l'impresa ha capitale proprio valgono conclusioni analoghe.

Selezione Avversa

Il Punto Cruciale

L'Insider (il prenditore) ha un vantaggio informativo sul progetto d'investimento (impresa) rispetto agli outsiders.

Gli outsiders sono consapevoli di ciò

Stiglitz Weiss semplificato

Consideriamo il caso semplice in cui il progetto d'investimento può essere l'uno di due possibili tipi: r, s. Indipendentemente dal tipo, un progetto richiede un ammontare di risorse pari ad I.

Caratterizzazione dei progetti

Un progetto di tipo r è definito dalla distribuzione di probabilità del risultato:

$$x_r \ , \ \text{con } probabilità \ p_r$$

$$0 \ , \ \text{con } probabilità \ 1 - p_r$$

Un progetto di tipo s è definito dalla distribuzione di probabilità del risultato:

$$x_s \quad , \quad \text{con } probabilità\ p_s$$

$$0 \ , \quad \text{con } probabilità\ 1 - p_s$$

dove:

$$1 > p_s > p_r \tag{9}$$

$$x_r > x_s \tag{10}$$

Il progetto s è meno rischioso di r , ha un valore atteso che è maggiore di quello di r:

$$E(\widetilde{x}|s) > E(\widetilde{x}|r)$$

$$p_s x_s > p_r x_r \tag{11}$$

ed eccede il valore delle risorse richieste per intraprenderlo:

$$p_s x_s > I\,(1 + r) \tag{12}$$

Informazioni

Gli outsiders (i potenziali finanziatori) hanno tutti le stesse informazioni. Date le informazioni di cui dispongono, essi stimano che la probabilità secondo cui il progetto di un generico imprenditore sia di tipo s, sia pari a λ:

$$prob(s) = \lambda$$

$$prob(r) = 1 - \lambda$$

L'insider (colui che vuole essere finanziato) conosce esattamente il tipo di progetto cui ha accesso, sa esattamente se è s piuttosto che r, o viceversa.

Preferenze

L'insider preferisce attivare il progetto (prendere a prestito ed investire) se così facendo il suo profitto è strettamente positivo, ovvero se:

$$p_i\,(x_i - P) > 0 \quad ; \; i = r, s$$

stiamo assumendo che un insider preferisca attivare il progetto solo se l'attivarlo implica che non sia insolvente con certezza.

Si supponga che il finanziamento offerto definisca la promessa di pagamento P, con $P < x_r$. (Se $P > x_r$, nessuno vorrebbe il finanziamento).

Quale sarà la probab. con cui chi prende a prestito ripaga?

Rispondere a questa domanda equivale rispondere alla seguente:

Chi accetta un contratto di finanziamento la cui promessa di pagamento è P?

Le considerazioni rilevanti sono:

i) L'insider il cui progetto è di tipo s prende a prestito se:

$$p_s (x_s - P) > 0$$

ovvero se:

$$P < x_s$$

ii) L'insider il cui progetto è di tipo r prende a prestito se:

$$p_r (x_r - P) > 0$$

ovvero se:

$$P < x_r$$

Quindi, se $P < x_s$, tanto il tipo s (l'insider che ha il progetto s) che il tipo r (l'insider che ha il progetto r) prenderanno a prestito – accetteranno il finanziamento con promessa di pagamento P. Se $x_s < P < x_r$ solo il tipo r prenderà a prestito.

Inferenza sul tipo di prenditore, dato che il contratto di finanziamento (P) è accettato dallo stesso

$$prob\,(i|\text{accettazione di }\ (P)) \quad , \quad i = s, r$$

Dalle i)-ii) segue che

$$prob\left(s|\text{accettazione di } (P)\right): \begin{cases} \lambda \text{ , se } P < x_s \\ 0\text{, se } P > x_s \end{cases}$$

$$prob\left(r|\text{accettazione di } (P)\right): \begin{cases} 1-\lambda \text{ , se } P < x_s \\ 1\text{, se } x_s < P < x_r \end{cases}$$

Da tale inferenza discende immediatamente che la probab. con cui chi prende a prestito ripaga è p:

$$p: \begin{cases} p = \overline{p} \equiv \lambda p_s + (1-\lambda)\, p_r \text{ , se } P < x_s \\ p = p_r \text{ , se } x_s < P < x_r \end{cases}$$

Da cui:

La rischiosità del prestito è funzione crescente del tasso d'interesse e dell'indebitamento dell'impresa:

una volta che P aumenti fino ad eccedere x_s, la probabilità di successo e quindi di solvenza dell'impresa cade da $\overline{p} \equiv \lambda p_s + (1 - \lambda)\, p_r$ a p_r.

Il payoff atteso del finanziatore è $\pi_F\,(P)$:

$$\pi_F\,(P) = \begin{array}{c} \overline{p}P \text{ se } P < x_s \\ \\ p_r P \text{ se } x_s < P < x_r \end{array}$$

Il Profitto del finanziatore non è sempre crescente nel tasso che pratica:

π_F è crescente in P, fintanto che $P < x_s$, quando $P \geq x_s$ la probabilità di solvenza cade da $\overline{p} \equiv \lambda p_s + (1 - \lambda)\, p_r$ a p_r.

Inefficienze nel mercato del Credito:

a) **Assenza di Finanziamento (razionamento del credito, Stiglitz-Weiss):**

ciò avviene se

$$p_r x_r < I(1+r) \tag{13}$$

ovvero il progetto r ha un valore atteso inferiore al valore delle risorse necessarie ad intraprenderlo,

e se il pool è sufficientemente cattivo: se λ, la probabilità secondo cui il progetto di un generico imprenditore è di tipo s, è sufficientemente bassa:

$$\overline{p} x_s < I(1+r)$$

In virtù di quest'ultima un potenziale finanziatore farebbe profitti negativi se concedesse prestito:

b) **Eccesso di Finanziamento (De Meza-Webb):**

ciò avviene se vale la (13),

$$p_r x_r < I(1+r)$$

ovvero il progetto r ha un valore atteso inferiore al valore delle risorse necessarie ad intraprenderlo: il progetto r "non dovrebbe essere preso"; ma il pool è sufficientemente buono: λ, la probabilità secondo cui il progetto di un generico imprenditore è di tipo s, è sufficientemente elevata cosicchè:

$$\overline{p} x_s > I(1+r)$$

In virtù di quest'ultima, esiste una promessa di pagamento P :

$$P : \begin{array}{c} \overline{p}P \geq I(1+r) \\ \\ P < x_s \end{array}$$

e quindi esiste un contratto di finanziamento che offre al finanziatore un profitto non-negativo.

In entrambi i casi a)-b), l'equilibrio possibile è accumunante: imprenditori con progetti diversi sono "accumunati": nessuno prende a prestito (caso a)), tutti prendono a prestito alle stesse condizioni (caso b)).

Nota Bene:

Nel caso b), il tipo s sussidia il tipo r. Il finanziatore ha una perdita sul prestito concesso al tipo r, tale perdita è coperta con il guadagno che fa sul tipo s.

$\Longrightarrow\Longrightarrow$ Il tipo s prenderebbe a prestito a condizioni più favorevoli se potesse *segnalare* il suo tipo.

I Rimedi

COLLATERALE

1. Segnalazione:

Come può il tipo s segnalare il suo tipo?

Offrendo garanzie in misura tale che il tipo r preferisca non imitarlo:

Si denoti con C il collaterale. Il contratto di finanziamento è ora (P, C), esso specifica la promessa di pagamento P e le garanzie – collaterale, C.

Il contratto (P, C) è accettato solo e soltanto dal tipo s, se e solo se:

$$p_s\,(x_s - P) - (1 - p_s)C > 0 \tag{14}$$

$$p_r\,(x_r - P) - (1 - p_r)C \leq 0 \tag{15}$$

La (14) ci dice che il payoff atteso che il tipo s ottiene prendendo (P, C) eccede quello che avrebbe se lo rifiutasse; la (14) è il "vincolo di partecipazione del tipo s. La (15) ci dice che il payoff atteso che il tipo r ottiene prendendo (P, C) è inferiore a quello che avrebbe se lo rifiutasse; la (15) è il "vincolo di autoselezione", definito nell'ipotesi che valga la (13).

Poichè il tipo s è insolvente, perde il collaterale, con una prob. inferiore a quella del tipo r, $p_s > p_r$, esistono garanzie che il tipo s è disposto ad offrire e che il tipo r non è disposto ad offrire: esiste (P, C) che soddisfa $(14) - (15)$

Il contratto (P, C) che soddisfi (14)-(15), offre al finanziatore un profitto nullo se:

$$p_s P + (1 - p_s)\beta C = I\,(1 + r) \tag{16}$$

dove βC è la valutazione del collaterale da parte del finanziatore: $\beta \leq 1$, e per lo più $\beta < 1$ per i tempi ed i costi legali connessi alle procedure di insolvenza e trasferimenti di proprietà (dal debitore al creditore); $(1 - \beta)\,C$ è la dimensione dei costi diretti e indiretti connessi al porre in garanzia beni la cui valutazione per il prenditore è C, e per il finanziatore è βC.

La (16) è la condizione di zero profitto per il finanziatore, condizionalmente al fatto che il prenditore sia del tipo s con certezza.

Le condizioni (14),(15),(16) individuano l'equilibrio separatore (o di segnalazione) in un ambiente competitivo.

Si veda la Figura 1: La linea VA$_r$ è il luogo dei punti P, C dove il vincolo di autoselezione del tipo r, la (15), vale ad uguaglianza; lungo la VA$_r$:

$$VA_r\colon\ P = x_r - \frac{(1-p_r)\,C}{p_r}\ ,$$

i profitti del tipo r sono negativi al di sopra della VA$_r$ (positivi al di sotto).

La linea VP$_s$ è il luogo dei punti (P, C) dove il vincolo di partecipazione del tipo s , la (14), vale ad uguaglianza; lungo la VP$_s$:

$$VP_s\colon\ P = x_s - \frac{(1-p_s)\,C}{p_s}\ ,$$

i profitti del tipo s sono positivi di sotto della VP$_s$.

Siano P^s, C^s le coordinate di un punto generico che giace al di sotto della VP$_s$ e al di sopra della VA_r. Il contratto

(P^s, C^s) offre profitti positivi al tipo s e profitti negativi al tipo r :

$\Longrightarrow$ **Inferenza sul tipo di prenditore, data l'accettazione del contratto (P^s, C^s):**

$$prob(s|accettazione\ \ (P^s, C^s)) = 1$$

$$prob(r|accettazione\ \ (P^s, C^s)) = 0\ .$$

La linea ZP_F è il il luogo dei punti (P, C) che soddisfano la (16), la condizione di zero profitto del finanziatore, condizionalmente al fatto che il prenditore è del tipo s,

$$ZP_F: \quad P = \frac{I(1+r)}{p_s} - \frac{(1-p_s)\,\beta C}{p_s}\ .$$

Si noti che la ZP$_F$: i) incrocia la VA$_r$ al di sotto della VP$_s$; ii) è meno inclinata della VP$_s$ ogni qualvolta $\beta < 1$, ovvero quando la valutazione dei collaterali da parte del finanziatore è inferiore a quella del prenditore. La Figura 1 assume $\beta < 1$.

Si considerino i **punti (i contratti) che giacciono sulla ZP$_F$ a destra e compreso S^*, il punto d'intersezione della VA$_r$ con la ZP$_F$:**

Tali contratti:

hanno le stesse proprietà rilevate per (P^s, C^s): sono appetibili solo e soltanto per il tipo s (sono accettati solo e soltanto da s) ed offrono al finanziatore un profitto nullo, condizionalmente al fatto che il prenditore sia del tipo s:

$\Longrightarrow$ soddisfano le condizioni (14)-(16): **separano i tipi** (sono accettati solo e soltanto da s) e offrono **zero profitto al finanziatore.**

Si consideri uno qualsiasi di questi contratti. Esso offre al tipo s il payoff π_s :

$$\pi_s = p_s(x_s - P) - (1 - p_s)C \quad ,$$

in virtù del fatto che il finanziatore ha zero profitto, ovvero:

$$p_s P + (1 - p_s)\beta C = I(1 + r)$$

il payoff offerto al tipo s è:

$$\pi_s = [p_s x_s - I(1 + r)] - (1 - p_s)(1 - \beta)C$$

Se $\beta < 1$, π_s è decrescente in C. Il contratto individuato dal punto S^* minimizza l'entità del collaterale e quindi i costi $(1 - \beta)C$ connessi ai collaterali:

$\Longrightarrow$Nell'assunto $\beta < 1$, S^* è l'unico **contratto d'equilibrio separatore**:

S^* massimizza i profitti del tipo s sotto il vincolo di autoselezione del tipo r ed il vincolo di non-negatività dei profitti del finanziatore.

2. Incentivazione

I collaterali incentivano il prenditore (insider) all'impegno: si configurano come "penalità" in cui l'insider incorre se non prende $impegno$

$\Longrightarrow\Longrightarrow$ tanto più basso l'impegno, tanto più è probabile lo stato di insolvenza: perdita del collaterale

I collaterali incentivano il prenditore (insider) a non prendere strategie *rischiose:* si configurano come "penalità" in cui l'insider incorre se prende $rischio$

$\Longrightarrow\Longrightarrow$ tanto più si prende rischio, tanto più è probabile lo stato di insolvenza: perdita del collaterale

CAPITALE

Investire capitale proprio è del tutto equivalente al porre beni in garanzia (collaterali), con l'importante precisazione che non vi sono i costi connessi ai collaterali (capitale proprio è equivalente a collaterale con $\beta = 1$).

Valgono allora tutte le considerazioni fatte sopra riguardo alla segnalazione ed incentivazione.

Ruolo della "Banca"

Monitoring (monitoraggio implicito nella relazione banca-impresa)

Screening (valutazione del merito di credito)

*** Rilevanza del Credito Bancario

Solvibilità delle Banche (Sound banking system)

Capitalizzazione delle banche (capacità di attrarre finanziamenti dagli investitori finali – depositanti–):

Lending Capacity

APPENDICE – Estensioni al Continuo

A. Scelta d'Impegno: Estensione al caso Continuo

La tecnologia del progetto d'investimento

Il risultato del progetto è la realizzazione di una variabile casuale la cui distribuzione di probabilità dipende dalla scelta d'azione dell'imprenditore (agente), scelta che è effettuata privatamente dall'agente dopo che il progetto è stato intrapreso. Immaginando l'intrapresa del progetto quale la costituzione di un'impresa, stiamo qui supponendo che la scelta d'azione dell'imprenditore avvenga **nel corso** della conduzione dell'impresa. In particolare assumiamo la seguente struttura:

$t = 0$ Il progetto è intrapreso
I è investito

$t = 1$ a è scelta **privatamente** dall'imprenditore, a **non è osservabile**

$t = 2$ il risultato è x con prob. a , è nullo con prob. $1 - a$

Abbiamo quindi che il valore atteso del progetto è $E(\widetilde{x}|a)$:

$$E(\widetilde{x}|a) = ax \ , \text{ crescente in } a$$

La struttura del problema, il grafico-tabella che descrive la sequenza degli eventi è nota a tutti, e per ciò che rileva è nota all'imprenditore in cerca di finanziamento per l'intrapresa del progetto ed al (ai) potenziale(i) finanziatore(i).

Il costo dell'azione a , $C(a)$, **grava sull'imprenditore (agente)** ed è **crescente e convesso in** a:

$$C'(a) > 0 \; ; \; C''(a) > 0$$

dove $C'(a)$ indica la derivata prima rispetto ad a – il costo marginale– $C''(a)$ indica la derivata seconda.

Una funzione di costo che soddisfa tali proprietà e che è comunemente utilizzata per semplicità di calcolo è:

$$C(a) = \frac{a^2}{2b} \qquad \text{(A.1)}$$

(da cui : $C'(a) = \frac{a}{b} > 0, C''(a) = \frac{1}{b} > 0$)

Per semplicità assumiamo **neutralità al rischio - i partecipanti al mercato, imprenditore e finanziatore valutano le "lotterie" in base al loro valore atteso.** Vi è però **solvibilità limitata**, e per ciò che concerne l'imprenditore, questo implica che il massimo che egli può ripagare al finanziatore è il risultato del progetto – quanto vi è nell'impresa.

La soluzione in assenza di finanziamento esterno (First Best)

Si supponga che l'imprenditore disponga della somma I richiesta ai fini dell'intrapresa del progetto. Il punto da rilevare è che non si configura alcun conflitto d'interesse tra imprenditore (agente) e finanziatore (Principale): essi sono riassunti nella stessa persona (soggetto economico).

Qual'è il valore atteso del progetto (o impresa) in tale caso?

Per rispondere a questa domanda dobbiamo esaminare il problema di scelta dell'azione, a , da parte dell'imprenditore alla data $t = 1$:

a $t = 1$, l'imprenditore sceglierà a in modo tale da massimizzare il proprio payoff atteso al netto del costo dell'azione, ovvero:

$$\max_{a} [ax - C(a)]$$

la scelta di a è a_{FB} tale che:

$$\begin{array}{lcl} C'(a_{FB}) & = x & \\ \text{costo marginale dell'azione} & = & \text{beneficio marginale dell'azione} \end{array} \tag{A.2}$$

N.B. Il beneficio marginale di a conseguito dall'imprenditore , ovvero x, è esattamente uguale all'incremento del valore atteso dell'impresa:

$$\frac{\partial\,(ax)}{\partial a} = x$$

Ciò non ci sorprende in quanto l'imprenditore detiene tutti i diritti sul risultato d'impresa, non vi sono infatti altri titolari di diritti (ovvero finanziatori).

Qual'è allora il valore atteso del progetto (impresa)? E' V_{FB} :

$$V_{FB} = a_{FB}\ x$$

il profitto atteso dell'imprenditore è π_{Fb} :

$$\pi_{FB} = V_{FB} - C(a_{FB}) - I(1+r)$$

dove r denota il tasso di rendimento dell'attività priva di rischio riferito a due periodi.

L'imprenditore alla data 0 sceglierà di intraprendere il progetto ogni qualvolta:

$$\pi_{FB} \equiv V_{FB} - C(a_{FB}) - I(1 + r) \geq 0 \qquad \text{(A.3)}$$

Nell'ipotesi di $C(a)$ definito dalla (A.1):

$$a_{FB} = bx \qquad \text{(A.4)}$$

$$V_{FB} = bx^2 \qquad \text{(A.5)}$$

$$\pi_{FB} = bx^2 \left(\frac{1}{2}\right) - I(1 + r) \qquad \text{(A.6)}$$

L'imprenditore alla data 0 sceglierà di intraprendere il progetto se:

$$\pi_{FB} \equiv bx^2 \left(\frac{1}{2}\right) - I(1+r) \geq 0$$

Finanziamento Esterno (Debito)

L'imprenditore non dispone di I , può però rivolgersi ad un finanziatore. Il mercato del credito è perfettamente competitivo, e la stuttura del problema è a tutti nota.

Ricordiamo che l'azione a **non è osservabile e pertanto non è specificabile in un contratto; per ciò che rileva non è specificabile nel contratto di finanziamento che le parti (imprenditore , finanziatore) sottoscrivono alla data 0 nel caso in cui il progetto sia intrapreso.**

Tutto ciò che un contratto può specificare é:

a) l'entità del finanziamento L;

b) il pagamento P che l'imprenditore deve al finanziatore (ad esempio, alla banca) alla data $t = 2$

Ovviamente P è effettivamente corrisposto se l'imprenditore è solvente, ovvero il payoff del prestatore è $\min(\widetilde{x}, P)$

In quanto segue supponiamo che:

$$x > P$$

(potremo individuare poi sotto quali condizioni questo è vero).

Quale sarà la scelta d'azione dell'imprenditore?

L'imprenditore alla data intermedia, ovvero una volta stipulato il contratto e quindi definito P, sceglierà a così da:

$$\max_a \left[a\,(x - P) - C(a)\right] \tag{A.7}$$

e quindi la sua scelta sarà a_{SB} tale che:

$$C'(a_{SB}) = x - P \tag{A.7.a}$$

Chiaramente:

$$a_{SB} < a_{FB}$$

ciò non ci sorprende: il beneficio marginale che l'imprenditore trae dall'impegno (a) è più piccolo, ed è TANTO PIU' PICCOLO QUANTO PIU' E' ELEVATO P !!

Data la nostra specificazione di $C(a)$:

$$a_{SB} = b\,(x - P)$$

RISULTATO 1

La Probabilità con cui il prenditore ripaga è decrescente in $P \equiv (1 + r_L)\,L$, dunque è decrescente nel tasso cui prende a prestito r_L, e nell'ammontare che prende a prestito, L.

RISULTATO 2

Il valore atteso del progetto (impresa), V_{SB} :

$$V_{SB} = a_{SB}\, x$$

è decrescente in $P \equiv (1 + r_L)\, L$, dunque è decrescente nel tasso cui prende a prestito r_L, e nell'ammontare che prende a prestito, L.

Il Risultato 2 discende immediatamente dal Risultato 1.

Quale sarà P definito dal contratto (alla data iniziale)?

Il Prestatore razionalmente si attende che l'imprenditore sceglierà l'impegno come abbiamo esaminato sopra, quindi si attende che per ogni dato valore di P, il suo payoff sarà:

$$\pi_F \equiv a_{SB} P$$

dove:

$$a_{SB} = b\,(x - P)$$

Risultato 3

Il payoff atteso del finanziatore π_F NON è monotono-crescente in P: è una parabola con concavità rivolta verso il basso, raggiunge il valore massimo, π_F^*, per $P = P^*$:

$$P^* : \frac{\partial \pi_F}{\partial P} = 0$$

π_F è crescente in P, per $P < P^*$, è decrescente in P, per $P > P^*$.

Il Risultato 3 discende dal Risultato 1, ovvero dal fatto che la probabilità con cui il prenditore ripaga è decrescente in P.

Il finanziatore avrà un profitto non-negativo (in valore atteso) se:

$$\pi_F \geq (1 + r)\, L$$

$$\pi_F \equiv a_{SB} P$$

ovvero se:

$$b\,(x - P)\, P \geq (1 + r)\, L$$

dove r denota il costo-opportunità del finanziatore (il tasso d'interesse sull'attività libera da rischio).

Risultato 4

Può aversi razionamento del credito:

i) Si ha razionamento del credito ogni qualvolta

$$(1+r)\,L \geq \pi_F^*$$

ii) il Mercato del Credito collassa (non è operativo) ogni qualvolta:

$$(1+r)\,L > \pi_F^*$$

Il Risultato 4 discende dal Risultato 3 (ovvero, dal Risultato 1)

Nel caso di mercato del credito perfettamente competitivo, P è tale che il profitto del finanziatore sia nullo:

$$a_{SB}P = (1+r)\,L$$

ovvero:

$$b\,(x-P)\,P = (1+r)\,L$$

da cui, risolvendo per P:

$$P = \frac{1}{2b}\left[bx - \left(b^2x^2 - 4b(1+r)L\right)^{\frac{1}{2}}\right] \qquad \text{(A.8)}$$

Perchè il finanziamento sia possibile deve essere vero che $x \geq P$, dove P è dato dalla (A.8).

Il tasso di interesse a cui l'imprenditore prende a prestito è r_L :

$$r_L \equiv \frac{P}{L} - 1$$

(da $P \equiv (1 + r_L)\, L$)

e quindi:

$$r_L = \frac{1}{2bL}\left[bx - \left(b^2x^2 - 4b(1+r)L\right)^{\frac{1}{2}}\right] - 1$$

da cui segue che:

$$\frac{\partial r_L}{\partial L} > 0$$

e quindi:

Risultato 5

Il tasso d'interesse sul prestito, tale che il profitto atteso del finanziatore sia nullo, è crescente nella dimensione del prestito.

La chiave del Risultato 5 risiede nel Risultato 1.

Il payoff atteso del prenditore (imprenditore) è π_{SB} :

$$\pi_{SB} = [a_{SB}(x - P) - C(a_{SB})] + [W - (I - L)]\,(1 + r)$$

dove W denota la dotazione dell'imprenditore, $W - (I - L)$ è quanto investe nell'attività libera da rischio, dato il finanziamento L

Quindi

$$\pi_{SB} = [a_{SB}x - a_{SB}P - C(a_{SB})] + [W - (I - L)]\,(1 + r)$$

Nell'ipotesi di mercato del credito competitivo (il finanziatore fa profitti nulli), $a_{SB}P$:

$$a_{SB}P = (1 + r)\,L$$

e pertanto:

$$\pi_{SB} = [a_{SB}x - C(a_{SB})] + (W - I)\,(1 + r) \quad \text{(A.8)}$$

Dimostriamo ora che π_{SB} è decrescente in L. Derivando la $(A.8)$ rispetto ad L, otteniamo:

$$\frac{\partial \pi_{SB}}{\partial L} = \Big(x - C'(a_{SB})\Big)\,\frac{\partial a_{SB}}{\partial P}\frac{\partial P}{\partial L} \qquad \text{(A.9)}$$

dove:

$$C'(a_{SB}) = x - P \tag{A.10}$$

dalla $(A.7.a)$, ovvero perchè a_{SB} risolve il problema di ottimizzazione $(A.7)$,

$$\frac{\partial P}{\partial L} \equiv \frac{\partial\left(1 + r_L\right)L}{\partial L} = 1 + r_L + L\frac{\partial r_L}{\partial L} \tag{A.11}$$

Sostituendo la $(A.10)$ e la $(A.11)$ nella $(A.9)$ abbiamo:

$$\frac{\partial \pi_{SB}}{\partial L} = P\frac{\partial a_{SB}}{\partial P}\left(1 + r_L + L\frac{\partial r_L}{\partial L}\right) \tag{A.12}$$

In virtù del Risultato 1:

$$\frac{\partial a_{SB}}{\partial P} < 0 \tag{A.13}$$

In virtù del Risultato 5:

$$\frac{\partial r_L}{\partial L} > 0 \tag{A.14}$$

La $(A.13)$ e la $(A.14)$, ovvero il Risultato 1 e il Risultato 5, implicano che il payoff atteso del prenditore, π_{SB}, sia decrescente in L:

$$\frac{\partial \pi_{SB}}{\partial L} < 0$$

Il payoff atteso del prenditore (imprenditore) raggiunge allora il massimo per

$$L = 0$$

quando $L = 0$ sia ha che

$$a_{SB} = a_{FB}$$

ovvero la soluzione è quella di First Best.

$L = 0$, è possibile se e solo se

$$W \geq I \quad .$$

Se invece

$$W < I$$

la scelta ottima è

$$L = I - W$$

ovvero la scelta ottima è minimizzare il finanziamento esterno.

Risultato 6 Il prenditore massimizza il suo payoff atteso minimizzando l'entità finanziamento (minimizzando L). Tanto più è elevata la dotazione del prenditore, tanto più è elevato il profitto che egli trae dall'investimento reale.

Risultato 7

L'attività di investimento reale dipende dalla struttura finanziaria delle imprese: Tanto più elevati sono i profitti delle imprese (il cash flow generato internamente) tanto più è elevato il livello di investimento reale aggregato.

Il Risultato 7 deriva immediatamente dal 6.

B. Scelta di Rischio

La tecnologia del progetto ammette una scelta di rischio da parte dell'imprenditore:

$t = 0$	Il progetto è intrapreso I è investito
$t = 1$	a è scelta **privatamente** dall'imprenditore, a **non è osservabile**
$t = 2$	il risultato è ax con prob. $1 - a$, è nullo con prob. a

Tanto più è elevato il valore di a tanto più rischioso è il progetto: tanto più è alto a tanto più è elevato il risultato nell'eventualità di successo, ovvero ax, ma tanto più bassa è la probabilità di successo, $1 - a$.

La soluzione in assenza di finanziamento esterno (First Best)

Alla data intermedia $t = 1$, l'imprenditore sceglierà a così da massimizzare il valore atteso dell'impresa, dato che questo afferisce interamente a sè stesso, quindi:

$$a_{FB} = \arg\max_{a} \left[(1 - a)\, ax\right]$$

ovvero

$$a_{FB} = \frac{1}{2} \tag{B.1}$$

$$V_{FB} = \frac{1}{4}x$$

L'imprenditore alla data 0 sceglierà di intraprendere il progetto ogni qualvolta:

$$\pi_{FB} \equiv \frac{1}{4}x - I(1 + r) \geq 0\ . \tag{B.2}$$

Finanziamento esterno (Debito)

L'imprenditore non dispone di I , può però rivolgersi ad un finanziatore. Il mercato del credito è perfettamente competitivo, e la stuttura del problema è a tutti nota.

Ricordiamo che l'azione a **non è osservabile e pertanto non è specificabile in un contratto; per ciò che rileva non è specificabile nel contratto di finanziamento che le parti (imprenditore , finanziatore) sottoscrivono alla data 0 nel caso in cui il progetto sia intrapreso.**

Tutto ciò che un contratto può specificare é:

a) l'entità del finanziamento L;

b) il pagamento P che l'imprenditore deve al finanziatore (ad esempio, alla banca) alla data $t = 2$

Ovviamente P è effettivamente corrisposto se l'imprenditore è solvente, ovvero il payoff del prestatore è $\min(\widetilde{x}, P)$

In quanto segue supponiamo che:

$$x > P$$

(potremo individuare poi sotto quali condizioni questo è vero).

Quale sarà la scelta d'azione dell'imprenditore?

L'imprenditore alla data intermedia, ovvero una volta stipulato il contratto e quindi definito P, sceglierà a così da:

$$\max_a \left[(1-a)(ax-P)\right] \tag{B.3}$$

e quindi la sua scelta sarà a_{SB}:

$$a_{SB} = \frac{1}{2} + \frac{P}{2x} \tag{B.3.a}$$

Il **profilo di rischio** scelto eccede quello di First Best ed è **crescente** nella promessa di pagamento P.

RISULTATO 1

La Probabilità con cui il prenditore ripaga è decrescente in $P \equiv (1 + r_L)\, L$, dunque è decrescente nel tasso cui prende a prestito r_L, e nell'ammontare che prende a prestito, L.

RISULTATO 2

Il valore atteso del progetto (impresa), è V_{SB} :

$$V_{SB} = (1 - a_{SB})\, a_{SB} x$$

ovvero, usando la (B.3.a),

$$V_{SB} = V_{FB} - \frac{P^2}{4x} \quad .$$

Il valore atteso del progetto è decrescente in $P \equiv (1 + r_L)\, L$, dunque è decrescente nel tasso cui si prende a prestito r_L, e nell'ammontare che si prende a prestito, L.

Il Risultato 2 discende immediatamente dal Risultato 1.

Quale sarà P definito dal contratto (alla data iniziale)?

Il Prestatore razionalmente si attende che l'imprenditore sceglierà il profilo di rischio come abbiamo esaminato sopra, quindi si attende che per ogni dato valore di P, il suo payoff sarà:

$$\pi_F \equiv (1 - a_{SB})\, P$$

dove:

$$1 - a_{SB} = \frac{1}{2} - \frac{P}{2x}$$

Risultato 3

Il payoff atteso del finanziatore π_F NON è monotono-crescente in P: è una parabola con concavità rivolta verso il basso, raggiunge il valore massimo, π_F^*, per $P = P^*$:

$$P^* : \frac{\partial \pi_F}{\partial P} = 0$$

ovvero

$$P^* \equiv \frac{x}{2}$$

π_F è crescente in P, per $P < P^*$, è decrescente in P, per $P \geq P^*$.

Il Risultato 3 discende dal Risultato 1, ovvero dal fatto che la probabilità con cui il prenditore ripaga è decrescente in P.

Il finanziatore avrà un profitto non-negativo (in valore atteso) se:

$$\pi_F \geq (1 + r)\, L$$

$$\pi_F \equiv (1 - a_{SB})\, P$$

ovvero se:

$$\frac{1}{2}\left(P-\frac{P^2}{x}\right)\geq(1+r)\,L$$

dove r denota il costo-opportunità del finanziatore (il tasso d'interesse sull'attività libera da rischio).

Risultato 4

Può aversi razionamento del credito:

i) Si ha razionamento del credito ogni qualvolta

$$(1+r)\,L\geq\pi_F^*$$

ii) il Mercato del Credito collassa (non è operativo) ogni qualvolta:

$$(1 + r)\, L > \pi_F^*$$

Il Risultato 4 discende dal Risultato 3 (ovvero, dal Risultato 1)

Nel caso di mercato del credito perfettamente competitivo, P è tale che il profitto del finanziatore sia nullo:

$$(1 - a_{SB})\, P = (1 + r)\, L$$

ovvero:

$$\frac{1}{2}\left(P - \frac{P^2}{x}\right) = (1 + r)\, L$$

da cui, risolvendo per P:

$$P = \frac{x}{2}\left[1 - \left(\frac{x - 8(1+r)L}{x}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \qquad \text{(B.4)}$$

Perchè il finanziamento sia possibile deve essere vero che $x \geq P$, dove P è dato dalla (B.4).

Il tasso di interesse a cui l'imprenditore prende a prestito è r_L :

$$r_L \equiv \frac{P}{L} - 1$$

(da $P \equiv (1 + r_L)\,L$)

da cui segue che:

$$\frac{\partial r_L}{\partial L} > 0$$

e quindi:

Risultato 5

Il tasso d'interesse sul prestito, tale che il profitto atteso del finanziatore sia nullo, è crescente nella dimensione del prestito.

La chiave del Risultato 5 risiede nel Risultato 1.

Il payoff atteso del prenditore (imprenditore) è π_{SB} :

$$\pi_{SB} = (1 - a_{SB})(a_{SB}x - P) + [W - (I - L)](1 + r)$$

dove W denota la dotazione dell'imprenditore, $W-(I-L)$ è quanto investe nell'attività libera da rischio, dato il finanziamento L.

Quindi

$$\pi_{SB} = (1 - a_{SB})\, a_{SB} x - (1 - a_{SB})\, P + [W - (I - L)]\, (1 +$$

Nell'ipotesi di mercato del credito competitivo (il finanziatore fa profitti nulli), $a_{SB} P$:

$$(1 - a_{SB})\, P = (1 + r)\, L$$

e pertanto:

$$\pi_{SB} = (1 - a_{SB})\, a_{SB} x + (W - I)\, (1 + r) \quad . \quad \text{(B.5)}$$

Ricordando che:

$$V_{SB} \equiv (1 - a_{SB})\ a_{SB} x$$

ovvero, usando la (B.3.a),

$$V_{SB} \equiv V_{FB} - \frac{P^2}{4x} \quad ,$$

il payoff atteso del prenditore è:

$$\pi_{SB} = V_{FB} - \frac{P^2}{4x} + (W - I)(1 + r) \qquad \text{(B.6)}$$

Da cui si evince che Il payoff atteso del prenditore (imprenditore) è decrescente in P , e quindi è decrescente in L, ovvero nella dimensione del finanziamento esterno.

Abbiamo quindi che:

$$\frac{\partial \pi_{SB}}{\partial L} < 0$$

Il payoff atteso del prenditore (imprenditore) raggiunge il massimo per

$$L = 0$$

quando $L = 0$,

$$a_{SB} = a_{FB}$$

$$\pi_{SB} = V_{FB} \ + (W - I)(1 + r)$$

la soluzione è identica a quella di First Best.

$L = 0$, è possibile se e solo se

$$W \geq I \quad .$$

Se invece

$$W < I$$

la scelta ottima è

$$L = I - W$$

ovvero la scelta ottima è minimizzare il finanziamento esterno.

Risultato 6 Il prenditore massimizza il suo payoff atteso minimizzando l'entità finanziamento (minimizzando L). Tanto più è elevata la dotazione del prenditore, tanto più è elevato il profitto che egli trae dall'investimento reale.

Risultato 7

L'attività di investimento reale dipende dalla struttura finanziaria delle imprese: Tanto più elevati sono i profitti delle imprese (il cash flow generato internamente) tanto più è elevato il livello di investimento reale aggregato.

Il Risultato 7 deriva immediatamente dal 6.

C. Selezione Avversa

Vi è un continuo di agenti, ciascuno di questi può intraprendere un progetto. Tutti i progetti richiedono lo stesso ammontare di risorse, per semplicità un'unità. Tutti i progetti hanno lo stesso valore atteso, differiscono per grado di rischiosità. Gli agenti/progetti sono distribuiti in modo uniforme sull'intervallo unitario.

Un generico progetto i ha successo con probabilità p_i: la realizzazione del risultato è x_i con probab. p_i , è nulla con probab. residua.

Assunto A1:

$$p_i x_i = k \quad , \quad \forall i \tag{C.1}$$

dove k è costante.

*** Quindi, tanto più è elevato x_i, tanto più bassa è la probabilità di successo, p_i : Tanto più il progetto è rischioso!!

Ad ogni progetto corrisponde un imprenditore (colui che può attivare il progetto): l'indice i denota allora tanto il progetto i che l'imprenditore i (colui che può intraprendere il progetto i).

Assunto A2

Il tipo di progetto (o equivalentemente di imprenditore) è informazione privata dell'imprenditore (è noto all'imprenditore NON è conosciuto da altri e quindi dai potenziali finanziatori).

Assunto A3:

Il finanziamento prende la forma di contratto di debito: il finanziatore da al prenditore un'unità alla data iniziale; il prenditore è tenuto a rimborsare la somma P, dove $P \equiv 1 + r_L$, alla data finale. I payoffs delle parti, alla data finale, sono:

Prenditore: max $(x_i - P, 0)$ – è convesso in x_i

Prestatore: $\min(P, x_i)$ – è concavo in x_i

Assunto A4:

L'imprenditore i attiva il progetto (si indebita ed investe nel progetto) se e solo se:

$$p_i(x_i - P) \geq \underline{\pi} \quad , \quad \forall i \qquad \text{(C.2)}$$

con $\underline{\pi} > 0$

dove $\underline{\pi}$ è il profitto minimo (strettamente positivo) richiesto da i, $\forall i$, per attivare il progetto.

Dalla $(S.2)$ discende che i investe se e solo se:

$$p_i P \leq p_i x_i - \underline{\pi}$$

Usando la $(S.1)$, abbiamo che i investe se e solo se il suo progetto è "sufficientemente rischioso", ovvero se

$$p_i \leq \frac{k - \underline{\pi}}{P}$$

o anche:

$$p_i \leq \overline{p}\,(P) \tag{C.3}$$

dove:

$$\overline{p}\,(P) \equiv \frac{k - \underline{\pi}}{P} \quad \textbf{decrescente in } P$$

Risultato 1

Tanto più è elevato P, ovvero tanto è alto il tasso a cui il finanziatore da a prestito, tanto più è bassa la probabilità con cui il prenditore, colui che accetta un prestito alla condizione P, ripaga.

*** All'aumentare del tasso d'interesse cui si da a prestito, la qualità del pool di applicants peggiora!!

Questo discende dal fatto che il prenditore che accetti di indebitarsi alla condizione P, ha una probab. di successo che soddisfa la $(C.3)$, quindi ha una probab. di successo tanto più bassa quanto più è elevato P.

Se il finanziatore offre P, ovvero offre di prestare un'unità contro il pagamento della somma P, Il suo payoff atteso è π_F:

$$\pi_F = PG(P)$$

dove $G(P)$ è la prob. con cui colui che accetta di prendere a prestito alla condizione P (il prenditore alla condizione P) effettivamente ripagherà la somma P. Dato l'assunto di distribuzione uniforme sull'intervallo unitario:

$$G(P) = \frac{1}{\overline{p}(P)} \int_0^{\overline{p}(P)} p dp \quad .$$

La probabilità con cui P è ripagato è decrescente in P:

$$\frac{dG(P)}{dP} \equiv \frac{1}{\overline{p}(P)} \frac{\partial \left(\int_0^{\overline{p}(P)} p dp \right)}{\partial P} - \frac{1}{(\overline{p}(P))^2} \frac{\partial \overline{p}(P)}{\partial P} \int_0^{\overline{p}(P)} p dp$$

$$\frac{dG(P)}{dP} \equiv \frac{1}{\overline{p}(P)} \frac{\partial \overline{p}(P)}{\partial P} \overline{p}(P) - \frac{1}{(\overline{p}(P))^2} \frac{\partial \overline{p}(P)}{\partial P} \left| \frac{1}{2} p^2 \right|_0^{\overline{p}(P)}$$

$$\frac{dG(P)}{dP} \equiv \frac{\partial \overline{p}(P)}{\partial P} \left[\frac{[\overline{p}(P)]^2 - \frac{1}{2} [\overline{p}(P)]^2}{[\overline{p}(P)]^2} \right]$$

$$\frac{dG(P)}{dP} \equiv \frac{\partial \overline{p}(P)}{\partial P} \frac{1}{2} < 0$$

perchè $\overline{p}(P)$ è decrescente in P.

** Tanto più è alto P tanto peggiore è il pool di applicants: tanto più piccola la probab. con cui P sarà ripagato.

Risultato 2

Il payoff atteso del finanziatore π_F NON è monotono-crescente in P: è una parabola con concavità rivolta verso il basso, raggiunge il valore massimo, π_F^*, per $P = P^*$:

$$P^* : \frac{\partial \pi_F}{\partial P} = 0$$

π_F è crescente in P, per $P < P^*$, è decrescente in P, per $P > P^*$.

Il Risultato 2 discende dal Risultato 1, ovvero dal fatto che la probabilità con cui il prenditore ripaga è decrescente in P.

Il finanziatore avrà un profitto non-negativo (in valore atteso) se:

$$\pi_F \geq (1 + r)$$

$$\pi_F \equiv PG\,(P)$$

ovvero se:

$$PG\,(P) \geq (1 + r)$$

dove r denota il costo-opportunità del finanziatore (il tasso d'interesse sull'attività libera da rischio).

Risultato 3

Può aversi razionamento del credito:

i) Si ha razionamento del credito ogni qualvolta

$$(1+r) \geq \pi_F^*$$

ii) il Mercato del Credito collassa (non è operativo) ogni qualvolta:

$$(1+r) > \pi_F^*$$

Il Risultato 3 discende dal Risultato 2 (ovvero, dal Risultato 1)

PROBLEMI

Problema 1

Si consideri un contratto di debito la cui promessa di pagamento è P, ovvero un contratto in cui il payoff del prestatore (finanziatore) è:

$$\min(x, P)$$

dove x denota la realizzazione del risultato del progetto. Questa può assumere due valori: x_2 (in caso di successo), x_1 (in caso di insuccesso). Ovvero il payoff del prestatore è $\min(x_1, P)$ se il risultato dell'impresa è x_1 , è il $\min(x_2, P)$ se il risultato è x_2, dove $x_2 > x_1$, ed $x_1 = 0$. La Probabilità secondo cui x_2 si realizza è a, la probabilità con cui il risultato è x_1 (ovvero è nullo) è $1 - a$, dove a è scelta dal prenditore una volta intrapreso il progetto (e quindi una volta definiti i termini del contratto di finanziamento). L'azione a è costosa per il prenditore, e la funzione di costo $C(a)$ è $C(a) = \frac{a^2}{2b}$.

1. Qual'è il valore atteso del payoff del prestatore, ovvero $E(\min(x, P))$, quando:

i) $P \geq x_2$;

ii) $x_2 > P \geq 0$

2. Si dia una rappresentazione grafica di $E(\min(x, P))$ ponendo sull'asse dell' ascissa P e sull'asse dell'ordinata

$E(\min(x, P))$;

3. La funzione $E(\min(x, P))$ è monotona crescente (è sempre crescente) in P ?

4. Come ci si spiega la risposta al punto 3?

5. Si indichi con $P^{\max}$ il valore di P tale che il payoff del prestatore sia massimo. Quando $P = P^{\max}$, il profitto atteso dell'imprenditore è positivo, è nullo o è negativo?

6. Si supponga che il progetto richieda un investimento pari ad I, che vi siano 2 imprenditori entrambi desiderano intraprendere tale progetto, entrambi non hanno risorse proprie, ovvero per investire ciascuno di essi deve prendere a prestito la somma I. Vi è un solo prestatore e la sua disponibilità di fondi è pari ad I (può finanziare un solo imprenditore). Che condizioni offrirà ? L'imprenditore che non è finanziato preferirebbe essere finanziato? (Se si, possiamo concludere che il credito è razionato).

Problema 2

i) Può accadere che un progetto che l'imprenditore intraprenderebbe nel caso in cui non necessitasse di finanziamento esterno non sia invece intrapreso quando l'imprenditore non ha risorse proprie (deve finanziarsi)? Argomentate offrendo un'esemplificazione. ii) Si discuta poi delle implicazioni che dalla vostra esemplificazione discendono con riferimento al livello dell'investimento aggregato nella fase di recessione (quando i profitti delle imprese sono "bassi").

Problema 3

Si consideri una banca che offre prestiti al tasso del 8%. A questo tasso i prestiti che la banca effettivamente concede sono inferiori a quelli domandati (non tutti gli imprenditori che vorrebbero prendere a prestito al tasso 8% sono finanziati). Dobbiamo concludere che la Banca ha una politica di tasso errata (ad esempio, che dovrebbe praticare un tasso più elevato)? Si argomenti la risposta.

Bibliografia

Il Problema di Azione Nascosta

Innes, R.D. (1990) "Limited Liability and Incentive Contracting with ex-ante action choices", *Journal of Economic Theory* 52, pp. 45-67;

Chiesa, G. (1992) "Debt and Warrants: Agency Problems and Mechanism Design", *Journal of Financial Intermediation* 2, pp.237-254.

Selezione Avversa

Stiglitz, J. e A. Weiss (1981) "Credit Rationing in Markets with Imperfect Information", *American Economic Review* 71, pp. 393-410;

De Meza, D. e D.C. Webb (...)