

1 Discriminazione di prezzo del secondo tipo con informazione asimmetrica

Un'impresa vende un prodotto per il quale sa che esistono due tipi di consumatori, un gruppo con valutazione elevata $V_a = qv_a$ ed uno con valutazione bassa $V_b = qv_b$, a parità di livello di qualità q del prodotto, dove $v_a > v_b$. La popolazione complessiva è di N individui.

Il gruppo con valutazione elevata corrisponde ad una percentuale w della popolazione mentre quello con valutazione bassa ad una percentuale $1 - w$.

L'impresa deve quindi determinare un menù di due coppie prezzo e qualità $(p_a, q_a), (p_b, q_b)$ disegnati per i due gruppi, allo scopo di massimizzare i profitti. (Si ricordi che q può essere considerato quantità, in modo del tutto analogo all'analisi qui svolta.) La produzione di un bene di qualità q è pari a q^2 .

Il programma dell'impresa che non conosce la valutazione del singolo consumatore è quindi il seguente:

$$\max_{(p_a, q_a), (p_b, q_b)} Nw (p_a - q_a^2) + N(1 - w) (p_b - q_b^2)$$

sotto i seguenti due vincoli di auto-selezione

$$v_a q_a - p_a \geq v_a q_b - p_b$$

(che garantisce che un consumatore con valutazione alta non preferisca il bene disegnato per quelli con valutazione bassa)

$$v_b q_b - p_b \geq v_b q_a - p_a$$

(che garantisce che un consumatore con valutazione bassa non preferisca il bene disegnato per quelli con valutazione alta), ed i seguenti due vincoli di partecipazione

$$\begin{aligned} v_a q_a - p_a &\geq 0 \\ v_b q_b - p_b &\geq 0 \end{aligned}$$

che garantiscono che entrambi i tipi di consumatori desiderino acquistare il prodotto.

E' possibile mostrare che è sempre ottimale fissare i prezzi così che $v_b q_b - p_b = 0$ e $v_a q_a - p_a = v_a q_b - p_b$ ed così facendo, gli altri due vincoli sono irrilevanti.

Quindi si ricava

$$p_b = v_b q_b$$

e quindi

$$\begin{aligned} p_a &= v_a q_a - (v_a q_b - p_b) \\ p_a &= v_a q_a - (v_a q_b - v_b q_b) \\ p_a &= v_a q_a - (v_a - v_b) q_b \end{aligned}$$

da cui si deduce che l'impresa riesce ad estrarre tutto il surplus del consumatore con valutazione bassa ed è invece costretta a praticare uno sconto a quello con valutazione alta.

Sostituendo nel profitto la scelta dei livelli di qualità da proporre ai due gruppi diviene:

$$\max_{q_a, q_b} Nw (v_a q_a - (v_a - v_b) q_b - q_a^2) + N(1-w) (v_b q_b - q_b^2)$$

ovvero

$$\max_{q_a, q_b} Nw (v_a q_a - q_a^2) + N(1-w) \left(v_b q_b - \frac{w}{1-w} (v_a - v_b) q_b - q_b^2 \right)$$

Da cui ponendo a zero le derivate del profitto rispetto a q_a e q_b si ottiene che

$$q_a = v_a/2$$

è la qualità che massimizza il benessere sociale associato ai consumatori con valutazione alta che infatti è $v_a q_a - q_a^2$.

Invece,

$$q_b = \frac{1}{2} \left[v_b - \frac{w}{1-w} (v_a - v_b) \right]$$

e quindi la qualità dei consumatori con valutazione bassa viene degradata rispetto a quella che massimizzerebbe il benessere sociale a loro associato ovvero $v_b q_b - q_b^2$.