Docente: Giacomo Calzolari
Assistente alla didattica: Elena Argentesi

ESERCITAZIONE 7:

STRATEGIE DI PREZZO E EQUILIBRIO ECONOMICO GENERALE

Esercizio 1: Discriminazione di prezzo del terzo tipo [Secondo parziale del corso A-E 4/6/99]

Un monopolista opera su due mercati le cui curve di domanda sono:

$$Q_1^D = 64 - 2p_1$$

$$Q_2^D = 60 - 3p_2$$

La tecnologia di cui dispone il monopolista è rappresentata dalla seguente funzione di costo totale:

$$CT = 10Q$$

a) Determinare i prezzi e le quantità di equilibrio nell'ipotesi in cui sia possibile per il monopolista attuare una politica di discriminazione di prezzo.
b) Si discuta il tipo di discriminazione qui esaminato e se ne illustrino le condizioni di praticabilità.
c) Perché il gruppo 1 paga un prezzo superiore rispetto al gruppo 2?
d) Come cambierebbe l'equilibrio del monopolista nel caso in cui la discriminazione di prezzo fosse proibita?

Soluzione

a) La condizione di massimizzazione dei profitti del monopolista richiede che il costo marginale sia uguagliato al ricavo marginale su ciascuno dei due mercati. Per ricavare le curve di ricavo marginale, scriviamo le curve di domanda inverse:

$$p_1 = 32 - \frac{1}{2}Q_1$$

$$p_2 = 20 - \frac{1}{3}Q_2$$

Poiché tali curve sono lineari, le curve di ricavo marginale hanno la stessa intercetta verticale delle rispettive curve di domanda inverse e pendenza doppia:

$$R'_1 = 32 - Q_1$$

$$R'_2 = 20 - \frac{2}{3}Q_2$$

Per ricavare le quantità di equilibrio su ciascuno dei due mercati occorre quindi uguagliare il costo marginale (pari a 10) al ricavo marginale in ciascuno dei due mercati:

$$32 - Q_1 = 10$$

$$20 - \frac{2}{3}Q_2 = 10$$

Quindi $Q_1* = 22$ e $Q_2* = 15$, a cui corrispondono i prezzi $p_1* = 21$ e $p_2* = 15$. I profitti del monopolista sono pari a:

$$\Pi* = 22 \cdot 21 + 15 \cdot 15 - 10(22 + 15) = 317.$$

b) La discriminazione di prezzo praticata in questo caso è quella del terzo tipo, in cui il monopolista è in grado di distinguere due categorie diverse di consumatori (rappresentati da due diverse funzioni di domanda) e di applicare prezzi diversi ai due tipi di consumatori. Le condizioni necessarie perché la discriminazione di prezzo sia vantaggiosa per il monopolista sono:

1) l'impresa deve essere in grado di fare il prezzo
2) l'impresa deve essere in grado di classificare i consumatori in base alla loro disponibilità a pagare
3) gli acquirenti non devono essere in grado di praticare l'arbitraggio.

c) Il monopolista pratica il prezzo più elevato al gruppo di consumatori che hanno la domanda più rigida. Calcolando le elasticità della domanda, risulta infatti che il primo gruppo di consumatori ha un'elasticità inferiore (in valore assoluto) rispetto al secondo gruppo:

$$\varepsilon_1(22,21) = \left| \frac{dQ_1}{dp_1} \frac{p_1*}{Q_1*} \right| = 2\frac{21}{22} \approx 1{,}9$$

$$\varepsilon_2(15,15) = \left| \frac{dQ_2}{dp_2} \frac{p_2*}{Q_2*} \right| = 3\frac{15}{15} = 3$$

Quindi abbiamo verificato che il mercato con domanda più rigida è quello in cui il monopolista applica un prezzo superiore.

d) Quando il monopolista non può praticare la discriminazione di prezzo, dovrà imporre lo stesso prezzo su entrambi i mercati. In questo caso la domanda totale del monopolista si ottiene sommando orizzontalmente le funzioni di domanda relative ai due tipi di consumatori:

$$Q_1^D = 64 - 2p$$
$$Q_2^D = 60 - 3p$$
$$Q_{TOT}^D = 124 - 5p$$

La funzione di domanda inversa (aggregata) è $p = \frac{124}{5} - \frac{1}{5}Q$ e quindi la funzione di ricavo marginale è:

$$R' = \frac{124}{5} - \frac{2}{5}Q$$

L'ottimo del monopolista si ottiene imponendo l'usuale condizione di uguaglianza tra ricavo marginale e costo marginale:

$$\frac{124}{5} - \frac{2}{5}Q = 10$$

Da cui si ricava che la quantità ottimale offerta dal monopolista in assenza di discriminazione è $Q* = 37$, a cui corrisponde un prezzo di mercato pari a $p* = \frac{124 - 37}{5} = 17{,}4$ e un profitto pari a $\Pi* = 17{,}4 \cdot 37 - 10 \cdot 37 = 273{,}8$. Si noti che, come è ovvio, il monopolista ottiene un profitto superiore quando può praticare prezzi diversi ai due diversi tipi di consumatori.

Esercizio 2: Tariffa a due componenti

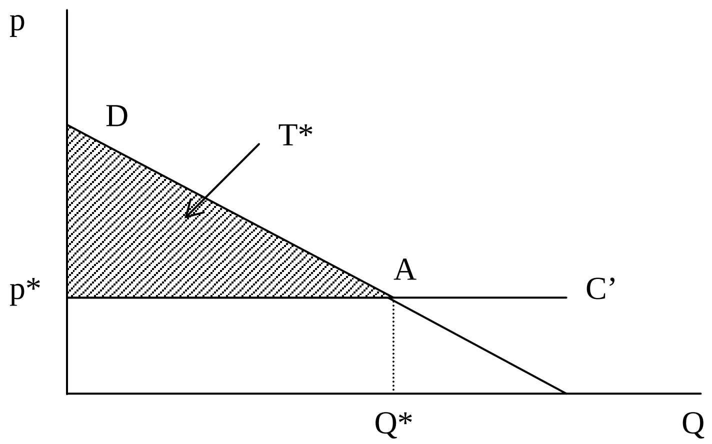
Per accedere allo stadio di una piccola città occorre pagare sia il parcheggio (supponendo che non ci siano altre possibilità di parcheggio nelle vicinanze) sia il biglietto per un posto a sedere nello stadio. Supponiamo che la domanda aggregata da parte dei clienti (identici) sia espressa da:

$$p = 25 - 0{,}000625Q$$

A quanto ammonta la tariffa ottimale per il parcheggio, nell'ipotesi che il costo marginale dello spettacolo sportivo sia pari a 10 Euro per ogni posto a sedere?

Soluzione

Consideriamo la tariffa per il parcheggio come la prima parte di una tariffa a due stadi. In presenza di un unico tipo di consumatori, la soluzione ottimale per l'impresa che gestisce lo stadio è quella di uguagliare il prezzo di utilizzo (in questo caso il prezzo del posto a sedere) al costo marginale, e il prezzo di ingresso (in questo caso il prezzo del parcheggio) alla rendita del consumatore.
Graficamente:



Il prezzo per ogni posto a sedere è pari al costo marginale, cioè $p^* = 10$.
Troviamo la quantità ottimale di posti a sedere venduti dall'equazione della curva di domanda:

$$25 - 0{,}000625Q = 10$$

Da cui $Q^* = 24000$. L'ammontare totale delle tariffe per il parcheggio deve essere uguale alla rendita del consumatore, che è pari all'area tratteggiata in figura, ovvero:

$$S_C = \frac{(25-10)24000}{2} = 180000$$

Quindi la tariffa *individuale* per il parcheggio è pari a $\frac{180000}{24000} = 7{,}5$ Euro.

Esercizio 3: Vendite congiunte

Una casa produttrice di software vende programmi di videoscrittura e programmi tipo foglio elettronico. Vi sono due tipi di consumatori, i cui diversi prezzi di riserva per ciascuno dei due beni sono rappresentati nella tabella seguente:

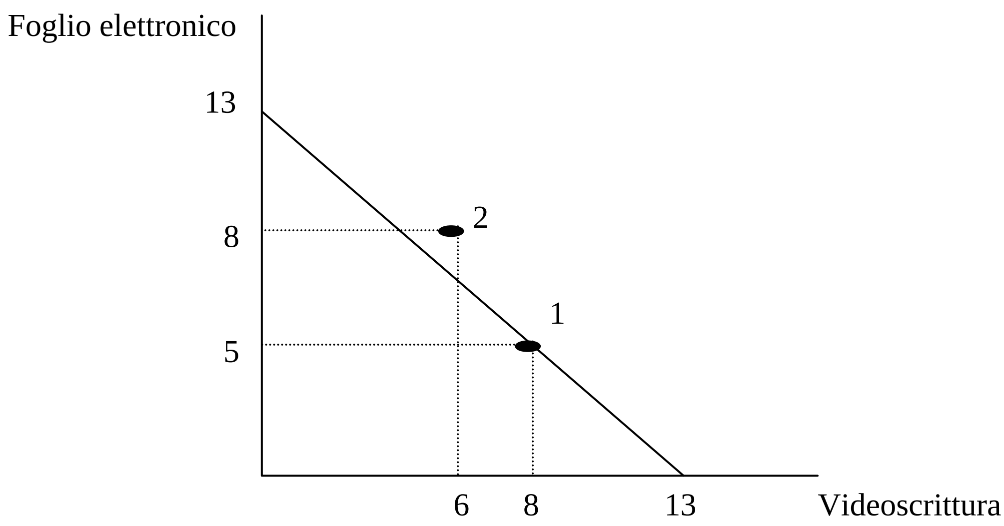
	Videoscrittura	Foglio elettronico
Individuo 1	8	5
Individuo 2	6	8

a) Determinare i prezzi e i relativi profitti nel caso in cui i due beni vengano venduti separatamente.
b) Determinare i prezzi ed i relativi profitti nel caso di vendita congiunta. Per quale motivo questa strategia di vendita risulta più redditizia?

Soluzione

a) In caso di vendita separata, ciascuno dei due beni sarà venduto al prezzo di riserva più basso tra i due (se fosse venduto ad un prezzo più alto solo uno dei due consumatori comprerebbe): il prezzo per il programma di videoscrittura sarà pari a $p_S = 6$ e il prezzo per il foglio elettronico a $p_B = 5$, e i relativi profitti saranno pari a $\pi = 11 \cdot 2 = 22$, poiché entrambi i consumatori comprano.

b) In caso di vendita congiunta, il prezzo di riserva per la coppia di beni è pari a 13 per l'individuo 1 e pari a 14 per l'individuo 2. L'impresa fisserà quindi un prezzo per la coppia di beni pari a 13 in modo che comprino entrambi, e i relativi profitti sono pari a 26. La ragione per cui i profitti con vendita congiunta sono più elevati dei profitti con vendita separata è che le domande dei due consumatori sono negativamente correlate, cioè le valutazioni relative per i due beni da parte dei due consumatori sono opposte (in questo caso 1 ha una più alta disponibilità a pagare di 2 per il programma di videoscrittura, ma 2 ha una più alta disponibilità a pagare di 1 per il foglio elettronico). In questo caso vendendo i due beni insieme l'impresa riesce ad appropriarsi di una parte maggiore della rendita del consumatore.



Per comprendere l'importanza di questo elemento, vediamo come cambierebbe la situazione nel caso di correlazione positiva:

	Videoscrittura	Foglio elettronico
Individuo 1	8	**8**
Individuo 2	6	**5**

In questo caso l'individuo 1 ha un prezzo di riserva più elevato di 2 per entrambi i beni. In caso di vendita separata, la situazione non cambierebbe rispetto al caso precedente, mentre con la vendita congiunta il prezzo massimo che l'impresa può praticare per la coppia di beni è 11 (la valutazione che il consumatore 2 dà della coppia di beni), e quindi il profitto totale è 22, esattamente uguale a quello che ottiene con la vendita separata. Quindi in questo caso la vendita congiunta non è redditizia.

Esercizio 4: Equilibrio economico generale di puro scambio

Consideriamo un sistema economico di puro scambio in cui operano 2 agenti, A e B, e vi sono due beni di consumo, *x* e *y*.
Le funzioni di utilità dei due agenti sono rispettivamente:

$$U^A = x^A y^A$$

$$U^B = \left(x^B y^B\right)^{1/2}$$

Le dotazioni iniziali dei due agenti sono:

$$\bar{x}^A = 1,\ \bar{y}^A = 2$$

$$\bar{x}^B = 3,\ \bar{y}^B = 1$$

Determinare:
a) l'equazione della curva dei contratti;
b) l'allocazione di equilibrio economico generale;

Soluzione

a) La curva dei contratti è il luogo dei punti che individuano le allocazioni Pareto-efficienti, ovvero i punti in cui non è possibile migliorare la situazione di un agente senza peggiorare quella dell'altro. In corrispondenza di tali punti, le curve di indifferenza dei due agenti sono tangenti, e quindi i saggi marginali di sostituzione si eguagliano.
Per determinare l'equazione della curva dei contratti, occorre quindi imporre la condizione di Pareto-ottimalità, per cui i saggi marginali di sostituzione dei due agenti devono essere uguali, e le condizioni di realizzabilità, per cui l'ammontare totale dei beni consumati dai due individui non può essere superiore alla dotazione totale dei beni, ovvero:

$$\begin{cases} SMS^A = SMS^B \\ x^A + x^B = X \\ y^A + y^B = Y \end{cases}$$

dove X e Y sono rispettivamente la dotazione totale di X e di Y nell'economia, ovvero:

$$X = \bar{x}^A + \bar{x}^B = 1 + 3 = 4$$

$$Y = \bar{y}^A + \bar{y}^B = 2 + 1 = 3$$

I saggi marginali di sostituzione sono rispettivamente

$$SMS^A_{x,y} = \frac{y^A}{x^A}$$

$$SMS^B_{x,y} = \frac{y^B}{x^B}$$

Sostituendo dalla seconda e dalla terza equazione del sistema nella prima si ottiene:

$$\begin{cases} \dfrac{y^A}{x^A} = \dfrac{3 - y^A}{4 - x^A} \\ x^B = 4 - x^A \\ y^B = 3 - y^A \end{cases}$$

Risolvendo la prima equazione si ottiene la curva dei contratti (in termini di beni dell'agente A):

$$y^A = \frac{3}{4} x^A$$

b) Per determinare l'allocazione di equilibrio, occorre innanzitutto calcolare le funzioni di domanda per i due beni di ciascuno dei due agenti. Esse sono necessarie per calcolare le funzioni di eccesso di domanda per i due beni che andranno poste uguali a zero per determinare il prezzo di equilibrio economico generale.

<u>Individuo A</u>

Per calcolare le funzioni di domanda dell'agente A, poniamo a sistema la condizione di massimizzazione dell'utilità individuale (saggio marginale di sostituzione = rapporto tra i prezzi) con il vincolo di bilancio dell'individuo (il valore dei beni consumati non può essere superiore al valore della dotazione iniziale):

$$\begin{cases} \dfrac{y^A}{x^A} = \dfrac{p_x}{p_y} \\ p_x x^A + p_y y^A = p_x \bar{x}^A + p_y \bar{y}^A \end{cases}$$

Poiché siamo interessati a trovare il prezzo *relativo* di equilibrio dei due beni, definiamo $p \equiv \dfrac{p_x}{p_y}$. Il sistema può quindi essere riscritto come:

$$\begin{cases} y^A = p x^A \\ p x^A + y^A = p\bar{x}^A + \bar{y}^A \end{cases}$$

in cui ho diviso entrambi i membri della seconda equazione per p_y e sostituito per p.

Sostituendo i valori numerici di $\bar{x}^A$ e $\bar{y}^A$ e sostituendo dalla prima equazione nella seconda, il sistema diventa:

$$\begin{cases} y^A = p x^A \\ p x^A + p x^A = p + 2 \end{cases}$$

Dalla seconda equazione si ottiene che la curva di domanda dell'individuo A per il bene x è:

$$x^A = \frac{1}{2} + \frac{1}{p}$$

Sostituendo nella prima equazione si ottiene la curva di domanda dell'individuo A per il bene y:

$$y^A = \frac{1}{2}p + 1$$

Individuo B

Analogamente al caso precedente, il sistema da impostare per determinare le curve di domanda dell'individuo B per ciascuno dei due beni è:

$$\begin{cases} \dfrac{y^B}{x^B} = \dfrac{p_x}{p_y} \\ p_x x^B + p_y y^B = 3p_x + p_y \end{cases}$$

Con lo stesso procedimento, si ottengono le curve di domanda dell'individuo B per ciascuno dei due beni:

$$x^B = \frac{3}{2} + \frac{1}{2p}$$

$$y^B = \frac{3}{2}p + \frac{1}{2}$$

L'allocazione di equilibrio si ottiene nel punto in cui la quantità domandata uguaglia la quantità offerta in ciascuno dei due mercati, ovvero l'eccesso di domanda è nullo. Poiché è possibile dimostrare che quando un mercato è in equilibrio lo è anche l'altro, è sufficiente imporre la condizione che in uno dei due mercati l'eccesso di domanda sia pari a zero e trovare il prezzo (relativo) che soddisfa tale condizione.

Determiniamo quindi la funzione di eccesso di domanda per il bene *x*, data dalla somma degli eccessi di domanda per tale bene da parte di entrambi gli individui, ovvero:

$$\begin{aligned} E_x(p) &= E_x^A(p) + E_x^B(p) = \\ &= x^A(p) - \bar{x}^A + x^B(p) - \bar{x}^B = \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{p} - 1 + \frac{3}{2} + \frac{1}{2p} - 3 = \\ &= -2 + \frac{3}{2}\frac{1}{p} \end{aligned}$$

Per determinare il prezzo di equilibrio economico generale, dovremo quindi determinare il prezzo (relativo) in corrispondenza del quale tale funzione di eccesso di domanda è pari a zero:

$$-2 + \frac{3}{2}\frac{1}{p} = 0$$

Da cui si ottiene:

$$p^* = \frac{3}{4}$$

In corrispondenza di tale prezzo di equilibrio, le allocazioni di equilibrio economico generale saranno:

$$x^A* = \frac{1}{2} + \frac{4}{3} = \frac{11}{6}$$
$$y^A* = \frac{1}{2}\frac{3}{4} + 1 = \frac{11}{8}$$
$$x^B* = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\frac{4}{3} = \frac{13}{6}$$
$$y^B* = \frac{3}{2}\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{13}{8}$$