Docente: Giacomo Calzolari
Assistente alla didattica: Elena Argentesi

ESERCITAZIONE N. 2
Equilibrio di mercato e scelte di consumo

ESERCIZIO 1: Equilibrio di mercato con domanda rigida

Le funzioni di domanda e di offerta sul mercato delle sigarette in Italia sono rispettivamente

$$Q_D = 140$$
$$Q_S = 5p - 10$$

a) Si determini l'equilibrio del mercato.
b) Si determini l'elasticità delle due curve rispetto al prezzo e se ne dia l'interpretazione economica.
c) Si supponga che, in assenza di restrizioni alle importazioni, una grossa casa produttrice straniera offra le sigarette in Italia ad un prezzo pari a $\overline{p} = 25$. Si determinino prezzo e quantità scambiata nel nuovo equilibrio.

Soluzione

a) In questo caso la quantità domandata non dipende dal prezzo, ovvero la curva di domanda è rigida. I consumatori domandano quindi una quantità fissa pari a 140, qualunque sia il prezzo. L'equilibrio di mercato si ottiene uguagliando domanda e offerta:

$$5p - 10 = 140$$

da cui si ottiene $p^* = 30$.

b) Ricordiamo che l'elasticità della quantità domandata al prezzo è data dalla formula:

$$E_D = \frac{dQ_D}{dp}\frac{p}{Q_D}$$

dove $\frac{dQ_D}{dp}$ indica la derivata della quantità rispetto al prezzo, cioè la pendenza della curva di domanda (diretta). In questo caso siamo di fronte ad una curva di domanda perfettamente rigida, in quanto $\frac{dQ_D}{dp} = 0$: la quantità domandata non dipende dal prezzo di mercato.

Per quanto riguarda l'elasticità della curva di offerta, la formula è:

$$E_S = \frac{dQ_S}{dp}\frac{p}{Q_S}$$

La pendenza della curva di offerta è $\frac{dQ_S}{dp} = 5$. L'elasticità della curva di offerta nel punto di equilibrio è quindi:

$$E_S(p^* = 30, Q^* = 140) = 5\frac{30}{140} \approx 1{,}07$$

c) Se il produttore straniero vende sigarette in Italia ad un prezzo inferiore a quello di mercato, anche i produttori italiani saranno costretti a vendere a tale prezzo (dato che per ipotesi la qualità dei prodotti è identica). Data la funzione di offerta dei produttori italiani, la quantità da essi offerta è

$$Q_S(25) = 5 \times 25 - 10 = 115$$

Poiché la quantità domandata è sempre pari a 140, al prezzo di 25 vi è un eccesso di domanda pari a 140-115 = 25 che verrà soddisfatto dal produttore straniero.

ESERCIZIO 2: Scelte del consumatore, curve di Engel e curve di domanda

Un consumatore ha preferenze rappresentate dalla seguente funzione di utilità:

$$U(x,y) = x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}$$

a) determinare la scelta ottimale del consumatore se il suo reddito monetario è pari a 210 e i prezzi dei beni sono $p_x = 15$ e $p_y = 60$;
b) determinare l'ottimo del consumatore nel caso in cui il reddito passi da 210 a 180;
c) determinare le curve di Engel per i due beni;
d) determinare come cambia la scelta del consumatore nel caso in cui il prezzo del bene *x* passi da 15 a 20;
e) determinare la curva di domanda per il bene *x* e per il bene *y*.

Soluzione

a) L'ottimo del consumatore si ottiene risolvendo il sistema

$$\begin{cases} SMS_{y,x} = \dfrac{p_x}{p_y} \\ R = p_x x + p_y y \end{cases}$$

in cui la prima equazione rappresenta la condizione di tangenza tra curva di indifferenza e vincolo di bilancio e la seconda il vincolo di bilancio del consumatore. Nel nostro caso, il saggio marginale di sostituzione, dato dal rapporto $\frac{U'_x}{U'_y}$ (dove U'_x è l'utilità marginale del bene *x* e U'_y quella del bene *y*) è pari a

$$SMS_{y,x} = \frac{U'_x}{U'_y} = \frac{y}{x}$$

Possiamo quindi riscrivere il sistema

$$\begin{cases} \dfrac{y}{x} = \dfrac{15}{60} \\ 210 = 15x + 60y \end{cases}$$

Dalla prima equazione si ottiene

$$y = \frac{1}{4}x$$

Sostituendo questa espressione nel vincolo di bilancio, si ottiene

$$210 = 15x + 60\frac{1}{4}x$$

Risolvendo questa equazione in *x* troviamo

$$x^* = 7$$

e, per sostituzione

$$y^* = 7/4$$

Quindi l'equilibrio del consumatore è dato dal paniere

$$E = (7; 7/4)$$

b) Dato il nuovo reddito del consumatore, il sistema da risolvere è ora

$$\begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{15}{60} \\ 180 = 15x + 60y \end{cases}$$

Dalla prima equazione otteniamo, come nel caso precedente,

$$y = \frac{1}{4}x$$

e, sostituendo nella seconda,

$$x^* = 6$$

per cui

$$y^* = 3/2$$

Il nuovo equilibrio è quindi

$$E' = (6; 3/2)$$

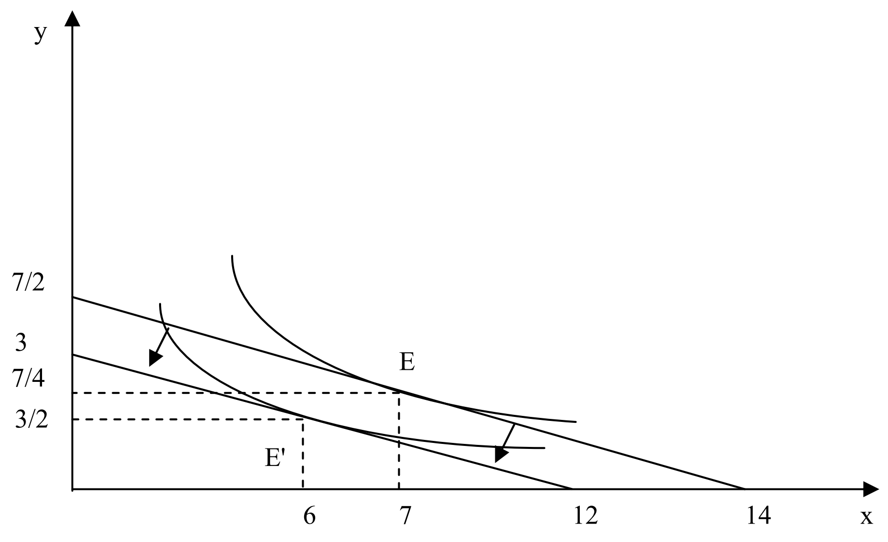
Rappresentiamo graficamente lo spostamento del vincolo di bilancio a seguito dell'aumento del reddito del consumatore e il relativo ottimo del consumatore.

Vincolo di bilancio prima dell'aumento del reddito:

$$210 = 15x + 60y \rightarrow y = \frac{7}{2} - \frac{1}{4}x$$

Vincolo di bilancio dopo l'aumento del reddito:

$$180 = 15x + 60y \rightarrow y = 3 - \frac{1}{4}x$$



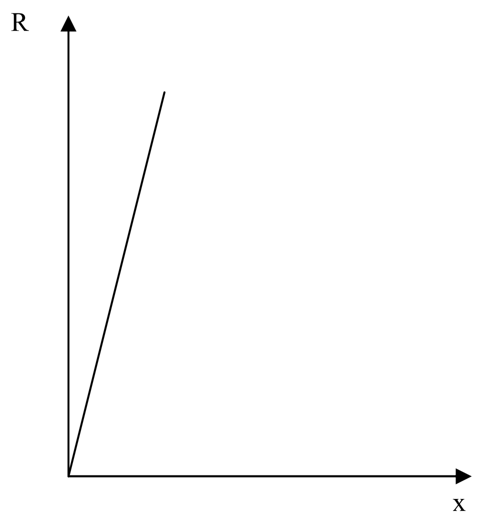
c) Le curve di Engel esprimono la relazione tra il reddito a disposizione del consumatore e la domanda di ciascuno dei due beni. A livello qualitativo, dal confronto tra gli equilibri E ed E' si può notare come al diminuire del reddito diminuisca la quantità domandata di entrambi i beni: x e y sono pertanto beni *normali*. Per ricavare algebricamente le curve di Engel, occorre risolvere il sistema seguente (uguale ai precedenti, tranne che per il fatto che non assegniamo un valore numerico al reddito ma lo indichiamo con un generico R):

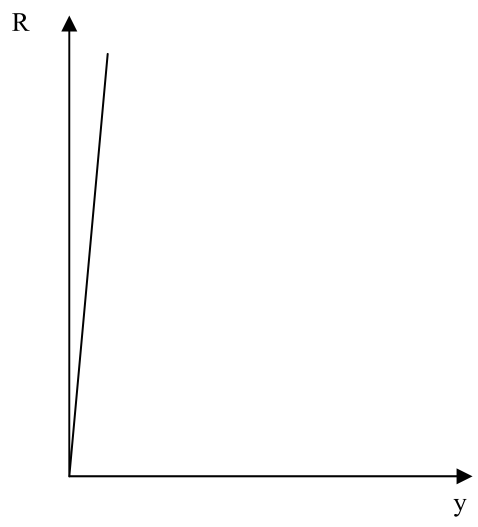
$$\begin{cases} \dfrac{y}{x} = \dfrac{1}{4} \\ R = 15x + 60y \end{cases}$$

Risolvendo otteniamo

$$x = \frac{R}{30}$$
$$y = \frac{R}{120}$$

che sono le curve engeliane rispettivamente per il bene *x* e per il bene *y*. Come osservato in precedenza, tali funzioni esprimono una relazione positiva tra reddito e consumo per entrambi i beni, in quanto sono rette con pendenza positiva. Rappresentiamo le curve di Engel sul piano cartesiano. Per convenzione si indica il reddito in ordinata e la quantità consumata del bene in ascissa, quindi le due curve di Engel inverse sono $R = 30x$ e $R = 120y$.





d) Nel caso in cui $p'_y = 20$ (al reddito iniziale R=210), l'ottimo del consumatore si ottiene risolvendo il sistema

$$\begin{cases} \dfrac{y}{x} = \dfrac{20}{60} \\ 210 = 20x + 60y \end{cases}$$

Dalla prima equazione si ricava

$$y = \frac{1}{3}x$$

che, sostituita a y nel vincolo di bilancio, dà

$$x^* = \frac{21}{4}$$

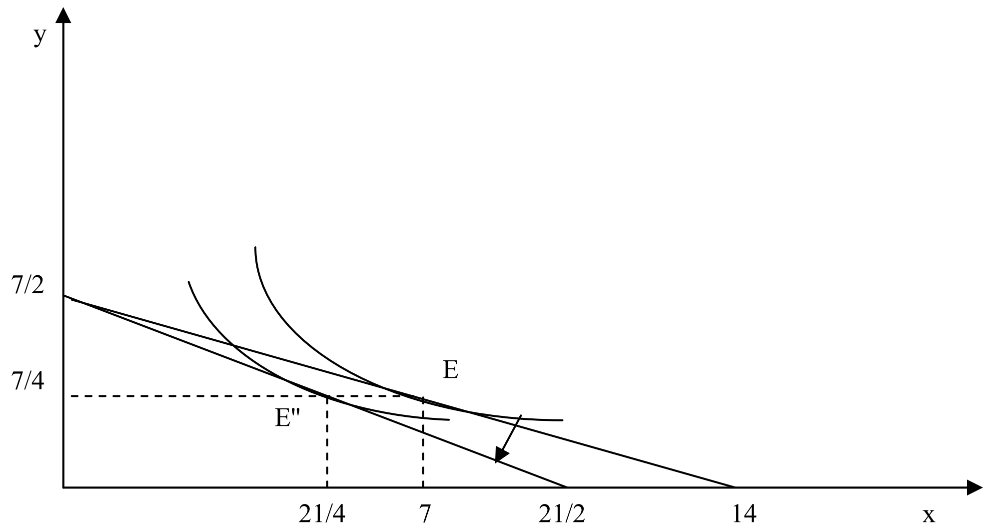
e quindi

$$y^* = \frac{7}{4}$$

Per cui

$$E'' = \left(\frac{21}{4}, \frac{7}{4}\right)$$

Quindi all'aumentare del prezzo di *x*, il consumo del bene *x* aumenta, mentre quello del bene *y* rimane invariato.



e) Analizziamo più approfonditamente la relazione tra prezzo e consumo dei due beni ricavando le curve di domanda per il bene *y* e per il bene *x* (al livello di reddito iniziale). Per fare ciò, impostiamo un sistema simile a quelli dei precedenti punti, lasciando però indicati i prezzi dei due beni come p_x e p_y

$$\begin{cases} \dfrac{y}{x} = \dfrac{p_x}{p_y} \\ 210 = p_x x + p_y y \end{cases}$$

dalla prima equazione si ricava

$$y = \frac{p_x}{p_y}x$$

che sostituiamo nella seconda per ottenere

$$210 = p_x x + p_y \frac{p_x}{p_y} x$$

Da cui si ricava

$$x = \frac{105}{p_x}$$

e, sostituendo nell'equazione per *y*

$$y = \frac{105}{p_y}$$

Queste equazioni sono le curve di domanda rispettivamente del bene *x* e del bene *y*, ed esprimono la relazione tra prezzo di un bene e quantità domandata dello stesso. Risulta quindi evidente che entrambi i beni, in questo caso, seguono la legge della domanda, in quanto all'aumentare del prezzo diminuisce la quantità domandata del bene in oggetto (e viceversa).
Inoltre in questo esempio nell'equazione della curva di domanda per il bene *x* non compare il prezzo del bene *y* (e lo stesso vale per la domanda di *y* rispetto al prezzo di *x*): questo significa che i due beni sono indipendenti, in quanto al variare del prezzo di *y*, la domanda per il bene *x* rimane invariata. In particolare, si può verificare che l'elasticità incrociata della domanda del bene *y* rispetto al prezzo del bene *x* è nulla (e lo stesso vale per quella di x rispetto a p_y).

L'elasticità incrociata della domanda di *y* rispetto al prezzo di *x* è definita come il rapporto tra la variazione percentuale della quantità domandata di *y* e la variazione percentuale del prezzo di *x*, ovvero:

$$\varepsilon_{xy} = \frac{dy/y}{dp_x/p_x} = \frac{dy}{dp_x}\frac{p_x}{y}$$

L'elasticità incrociata è dunque il prodotto tra la derivata della funzione di domanda di *y* rispetto al prezzo di *x* in un punto e il rapporto tra i valori del prezzo e della quantità domandata in quel punto.
Nel nostro caso, la derivata prima della funzione di domanda di *y* rispetto al prezzo di *x* è nulla in ogni punto, per cui il valore dell'elasticità incrociata è sempre zero. Questo significa che i due beni sono indipendenti, ovvero al variare del prezzo di uno dei due beni la quantità domandata dell'altro rimane invariata.

<u>ESERCIZIO 3: Effetto reddito ed effetto sostituzione</u>

Consideriamo un individuo con funzione di utilità

$$U(x,y) = 2 - \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$$

a) Determinare il paniere ottimale dato il reddito di 1200 e i prezzi $p_x = 1$ e $p_y = 4$.
b) Determinare il paniere ottimale se $p'_x = 4$ e il reddito rimane invariato.
c) Scomporre la variazione intervenuta nella domanda ottimale del bene *x* a seguito della variazione di p_x in effetto reddito ed effetto sostituzione.

Soluzione

a) Il saggio marginale di sostituzione tra x e y è:

$$SMS_{yx} = \frac{U'_x}{U'_y} = \frac{y^2}{x^2}$$

L'equilibrio del consumatore si ottiene risolvendo il sistema

$$\begin{cases} \dfrac{y^2}{x^2} = \dfrac{1}{4} \\ 1200 = x + 4y \end{cases}$$

dalla prima equazione si ottiene

$$y = \frac{1}{2}x$$

e, sostituendo nella seconda equazione del sistema

$$1200 = x + 4\frac{1}{2}x$$

Da cui

$$x^* = 400$$

$$y^* = 200$$

Quindi l'equilibrio del consumatore è E=(400,200).

b) Al nuovo prezzo di x, l'equilibrio del consumatore si ottiene risolvendo il sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{y^2}{x^2} = \dfrac{4}{4} \\ 1200 = 4x + 4y \end{cases}$$

Dalla prima equazione

$$y = x$$

e sostituendo nella seconda si ottiene

$$1200 = 4x + 4x$$

Per cui

$$x^* = 150$$

$$y^* = 150$$

Quindi il nuovo equilibrio è E'=(150,150).

c) L'effetto prezzo, ovvero l'effetto totale della variazione del prezzo di x sulla quantità domandata del bene x stesso, è:

$$\frac{\Delta x}{\Delta p_x} = \frac{x(E) - x(E')}{p_x(E) - p_x(E')} = \frac{400 - 150}{1 - 4} = .-\frac{250}{3} < 0$$

Quindi l'effetto prezzo è negativo: all'aumentare del prezzo, la quantità domandata di x diminuisce. Tale bene rispetta quindi la legge di domanda.

Vogliamo scomporre l'effetto prezzo totale in effetto sostituzione ed effetto reddito, in modo da distinguere quale parte della variazione della quantità domandata è dovuta esclusivamente alla variazione dei prezzi relativi e quanto invece è dovuto al fatto che il potere d'acquisto del consumatore è diminuito a seguito dell'aumento del prezzo di x.

Per fare ciò, immaginiamo di dare all'individuo, successivamente all'aumento del prezzo di *x*, una compensazione di reddito tale da consentirgli di raggiungere lo stesso livello di utilità che raggiungeva nel punto E (prima dell'aumento). Questo ci consente di disegnare una parallela al nuovo vincolo di bilancio che sia tangente alla curva di indifferenza di partenza (passante per E). Questo vincolo di bilancio fittizio, che ha pendenza pari al nuovo vincolo di bilancio ma è tangente alla curva di indifferenza iniziale, riflette il fatto che immaginiamo di aumentare il reddito nominale dell'individuo in modo da isolare l'effetto di sostituzione. Occorre dunque calcolare le coordinate del punto E_c, cioè del punto di tangenza tra la curva di indifferenza passante per E e il vincolo di bilancio fittizio con pendenza pari al nuovo rapporto tra i prezzi.
Per trovare il punto E_c dobbiamo risolvere il seguente sistema

$$\begin{cases} U(E_c) = U(E) \\ SMS_{yx} = \dfrac{p'_x}{p_y} \end{cases}$$

La prima equazione esprime il fatto che il livello di utilità associato a E_c deve essere lo stesso di quello associato ad E; la seconda condizione stabilisce che la curva di indifferenza passante per E_c sia tangente al vincolo di bilancio fittizio la cui pendenza è pari al nuovo rapporto tra i prezzi.
Calcoliamo innanzitutto il valore dell'utilità nel punto E

$$U(E) = 2 - \frac{1}{400} - \frac{1}{200} = \frac{797}{400}$$

Quindi il sistema diviene

$$\begin{cases} 2 - \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y} = \dfrac{797}{400} \\ \dfrac{y^2}{x^2} = \dfrac{4}{4} = 1 \end{cases}$$

Dalla seconda equazione si ricava

$$y = x$$

e, sostituendo nella prima:

$$\frac{797}{400} = 2 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x}$$

Da questa si ricava

$$x = 267$$

e per sostituzione

$$y = 267$$

Le coordinate del punto E_c sono quindi $E_c = (267,267)$.
Possiamo ora scomporre l'effetto prezzo in effetto reddito ed effetto sostituzione.

1) <u>Effetto sostituzione</u>
L'effetto sostituzione misura l'effetto sulla quantità domandata derivante dal fatto che a seguito dell'aumento del prezzo di *x* è cambiato il prezzo relativo dei due beni e quindi il bene *y* è diventato relativamente meno costoso.
L'effetto sostituzione si misura nel passaggio da *E* ad E_c:

$$\left(\frac{\Delta x}{\Delta p_x}\right)_{U=U(E)} = \frac{x(E)-x(E_c)}{p_x(E)-p_x(E_c)} = \frac{400-267}{1-4} = -44,\bar{3} < 0$$

Se quindi, a seguito dell'aumento del prezzo di x il consumatore viene compensato in modo da mantenere inalterato il livello di utilità, la variazione della quantità domandata di x sarà negativa: aumentando il prezzo relativo di x, il consumatore sarà portato a diminuire la sua domanda per tale bene, poiché è diventato relativamente più costoso rispetto al bene y (cioè passando da E ad E_c p_x cresce mentre x cala: $p_x \uparrow x \downarrow$ ⟩ effetto sostituzione negativo).

2) <u>Effetto reddito</u>

L'effetto reddito di una variazione di prezzo misura come varia la quantità domandata di x a seguito esclusivamente della diminuzione del reddito reale a disposizione del consumatore (a parità di prezzi relativi).

Vediamo innanzitutto come cambia la quantità domandata al variare del reddito. Nel passaggio da E_c ad E' la variazione della quantità domandata è

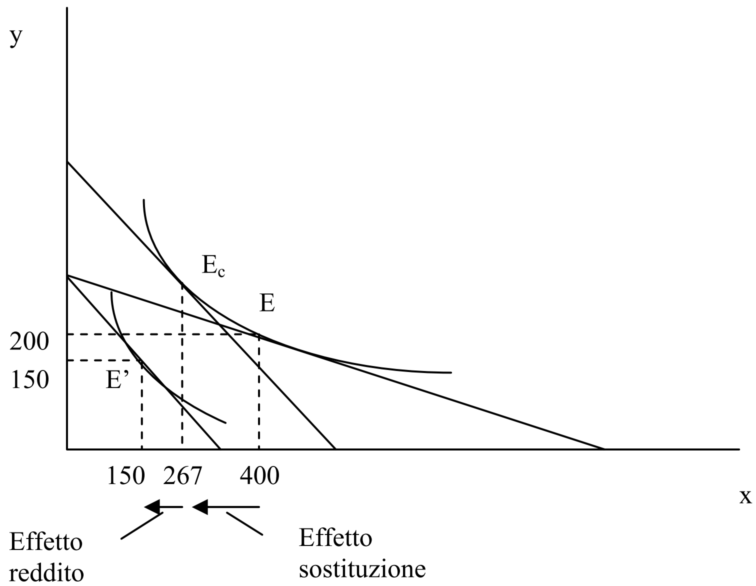
$$\Delta x = x(E_c) - x(E') = 267 - 150 = 117$$

Quindi da E_c ad E' la quantità domandata diminuisce. A seguito della diminuzione del reddito che è avvenuta nel passaggio da E_c ad E', l'individuo ha deciso di consumare una minore quantità del bene x. Ciò significa che il bene x è un bene NORMALE (al diminuire del reddito disponibile ne diminuisce il consumo da parte dell'individuo).

In termini di effetto reddito della variazione di prezzo, questo significa che all'aumentare del prezzo di x il reddito reale diminuisce e, poiché il bene è un bene normale, anche la quantità domandata diminuisce. Quindi in questo caso l'effetto reddito ha segno negativo (se p_x aumenta, considerando esclusivamente la diminuzione di reddito reale che questo aumento comporta, si avrà una diminuzione della quantità domandata del bene x: $p_x \uparrow R \downarrow x \downarrow$ ⟩ l'effetto reddito, cioè l'effetto dell'aumento del prezzo sulla quantità domandata attraverso una diminuzione del potere d'acquisto, è negativo).

Poiché l'effetto sostituzione e l'effetto reddito in questo caso hanno segno concorde, negativo per entrambi, l'effetto prezzo derivante dalla somma dei due effetti sarà negativo: all'aumentare del prezzo di x, la quantità domandata di x diminuisce, sia perché è aumentato il prezzo relativo di questo bene, sia perché è diminuito il reddito reale a disposizione del consumatore.

Vediamo graficamente la scomposizione dell'effetto prezzo totale in effetto reddito ed effetto sostituzione (vedi pagina seguente).



<u>NON SVOLTO IN AULA MA UTILE: Trattazione analitica di effetto reddito ed effetto sostituzione</u> [vedere Pindyck & Rubinfeld , appendice cap.4, p.121]

L'effetto prezzo, ovvero l'effetto totale della variazione del prezzo di *x* sulla quantità domandata del bene *x* stesso, è:

$$\frac{\Delta x}{\Delta p_x} = \frac{x(E) - x(E')}{p_x(E) - p_x(E')} = \frac{400 - 150}{1 - 4} = -83,\bar{3}$$

La variazione totale di *x* in seguito alla variazione di p_x può essere scomposta in effetto reddito ed effetto sostituzione nel modo seguente:

$$\frac{dx}{dp_x} = \left.\frac{\partial x}{\partial p_x}\right|_{U=U(E)} + \frac{\partial x}{\partial R}\frac{\partial R}{\partial p_x}$$

Il primo addendo rappresenta l'effetto sostituzione, che abbiamo calcolato essere pari a:

$$\left(\frac{\Delta x}{\Delta p_x}\right)_{U=U(E)} = \frac{x(E) - x(E_c)}{p_x(E) - p_x(E_c)} = \frac{400 - 267}{1 - 4} = -44,\bar{3}$$

L'effetto reddito è invece:

$$\frac{\partial x}{\partial R}\frac{\partial R}{\partial p_x}$$

Vediamo innanzitutto come cambia la quantità domandata al variare del reddito. Il reddito necessario all'individuo per acquistare il paniere E_c ai nuovi prezzi è

$$R(E_c) = 4 \cdot 267 + 4 \cdot 267 = 2136$$

Quindi la compensazione necessaria a consentire al consumatore di raggiungere lo stesso livello di utilità precedente all'aumento dei prezzi sarà

$$R(E_c) - R(E) = 936$$

Nel caso di un aumento di prezzo, la compensazione necessaria a fare restare il consumatore sulla stessa curva di indifferenza deve essere positiva, perché il suo reddito reale diminuisce.

Vediamo come cambia la quantità domandata nel passaggio da E_c a E' (a seguito cioè di una diminuzione del reddito reale):

$$\frac{\Delta x}{\Delta R} = \frac{X(E_c) - X(E')}{R(E_c) - R(E')} = \frac{267-150}{936} = 0{,}125$$

Questa variazione relativa è la prima componente dell'effetto reddito. Per quanto riguarda la seconda componente, essa è pari a:

$$\frac{\Delta R}{\Delta p_x} = \frac{R(E_c) - R(E')}{p_x(E) - p_x(E')} = -\frac{936}{3} = -312$$

Tale componente è negativa poiché all'aumentare del prezzo del bene il reddito reale a disposizione del consumatore diminuisce.

L'effetto reddito è quindi pari a:

$$\frac{\Delta x}{\Delta R}\frac{\Delta R}{\Delta p_x} = 0{,}125 \cdot (-312) = -39$$

Sommando effetto sostituzione ed effetto reddito (entrambi negativi) otteniamo l'effetto totale dell'aumento del prezzo di *x* sulla quantità domandata di tale bene già calcolato in precedenza:

$$\frac{\Delta x}{\Delta p_x} = -44{,}\bar{3} - 39 = -83{,}\bar{3}$$

<u>ESERCIZIO 4 (NON SVOLTO IN AULA MA UTILE): Beni sostituti</u>

Le preferenze di un consumatore per lo zucchero di barbabietola (bene *x*) e lo zucchero di canna (bene *y*) sono rappresentate dalla seguente funzione di utilità:

$$U(x, y) = 3x + y$$

I prezzi dei beni sono $p_x = 5$ e $p_y = 10$ e il reddito a disposizione dell'individuo è pari a 20.

Determinare la scelta ottimale dell'individuo.

<u>Soluzione</u>

Poiché la funzione di utilità è lineare, il saggio marginale di sostituzione tra i due beni è costante e pari a:

$$SMS_{yx} = \frac{U'_x}{U'_y} = 3$$

Questo significa che le curve di indifferenza sono lineari e quindi che il punto di ottimo sarà una soluzione d'angolo, il che significa che il consumatore acquisterà solo uno dei due beni. Per sapere quale dei due e in che quantità, occorre considerare la pendenza delle curve di indifferenza (che indica in che proporzione l'individuo è disposto a scambiare un bene con l'altro) e quella del vincolo di bilancio (che indica il rapporto in cui i due beni sono scambiati sul mercato). Un SMS pari a 3 significa che il consumatore è disposto a cedere 3 unità di y per una di x. Invece sul mercato il bene y è invece scambiato contro due unità di x (la pendenza del vincolo di bilancio, ovvero il rapporto $\frac{p_x}{p_y}$, è pari a $\frac{1}{2}$). Di conseguenza il consumatore preferirà spendere il suo reddito solo nell'acquisto del bene x, acquistandone una quantità pari a

$$x = \frac{R}{p_x} = 4$$