

RIPASSO: Serie non stazionarie¹

L'elemento scatenante della non stazionarietà è la tendenza (*TREND di lungo periodo*), dato che per poter spiegare la tendenza di una serie è necessario avere una "memoria lunga", i modelli che la possiedono sono i modelli che hanno delle componenti autoregressive cioè gli AR(p).

I processi non stazionari sono caratterizzati da medie diverse dove nel tempo la media non è stazionaria.

Modello Trend Stationary (TS) - trend deterministico

Se costruiamo un modello univariato in cui includiamo una costante, una componente deterministica di trend e la componente stocastica autoregressiva otteniamo un Modello TREND STATIONARY (TS):

$$Y_t = a + \beta @trend + bY_{t-1} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim i.i.d. \quad (\text{TS})$$

- si parla di trend perchè c'è la variabile $\beta @trend$ e il trend è di natura deterministico.
- si parla di stazionarietà perchè il parametro b rispetta le condizioni di stazionarietà cioè: $|\hat{b}| < 1$

in questo modello man mano che il tempo passa Y_t cresce perchè cresce $\beta @trend$.

Modello Difference Stationary (DS) - trend stocastico

Viene chiamato modello stazionario nelle differenze prime. Questo modello non rispetta i parametri di stazionarietà infatti $b=1$

¹ A cura di Sandra Bonfiglioli

$$Y_t = a + bY_{t-1} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim i.i.d. \quad b=1 \quad \text{(DS)}$$

per renderlo stazionario si calcolano le differenze prime sottraendo, al modello non stazionario, Y_{t-1} da entrambi le parti e si ottiene:

$$Y_t - Y_{t-1} = a + bY_{t-1} - Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta Y_t = \underbrace{a}_{\varepsilon_t}$$

è un White noise

a questo punto il modello è diventato stazionario nelle differenze prime → Modello DIFFERENCE STATIONARY.

Per capire quando un modello può essere TS o DS è necessario fare un test su Y_t chiamato test statistico di Dickey-Fuller.

Il test Dickey-Fuller

Vista l'importanza di (almeno tentare) una discriminazione preliminare fra processi con radici unitarie e processi stazionari in covarianza, in letteratura si propone il test statistico di Dickey-Fuller (DF) il quale presenta:

- sotto l'ipotesi nulla H_0 : la radice unitaria del processo generatore della variabile studiata;
- mentre, sotto l'alternativa H_1 : il processo è stazionario

In generale, l'ordine di integrazione di una variabile è il numero delle volte che bisogna differenziarla per renderla stazionaria; ad esempio, un processo MA è I(0) perché non deve essere differenziato per divenire stazionario (infatti è sempre stazionario), mentre un modello random walk è I(1) perché è stazionario solo dopo che lo si è

differenziato una volta (più precisamente, la differenza prima di un random walk è un processo white noise).

Le problematiche del test DF sono schematizzate nei seguenti punti:

- il test DF è un test che sotto H_0 prevede un modello integrato: I(1) cioè un modello con trend stocastici, e sotto l'alternativa H_1 : un processo AR stazionario con o senza un trend lineare (a seconda del nucleo deterministico scelto);
- sotto H_0 , la variabile studiata è I(1) e, quindi, il test non può essere effettuato usando i valori critici della t-Student, ma una diversa tabulazione proposta da Dickey-Fuller;
- nella scelta del modello AR riparametrizzato (in modo da fare inferenza su π -greco anziché sui parametri $b(i)$) con cui effettuare i test bisogna prestare molta attenzione al presunto nucleo deterministico della serie: modello con sola costante o con costante e trend deterministico. Nel caso con trend il test aiuta a discriminare fra un processo integrato, I(1), non stazionario in covarianza (sotto l'ipotesi nulla) e un processo AR stazionario in covarianza, I(0), la cui tendenza alla crescita media nel tempo è spiegata da un semplice trend deterministico (sotto l'ipotesi alternativa);
- i valori critici di DF variano al variare del nucleo deterministico scelto e tale scelta deve essere effettuata in base alla natura qualitativa (significato economico, soluzione di lungo periodo) della variabile studiata, nonché del suo andamento grafico;
- il passaggio al **test ADF (Augmented DF)** serve per permettere al modello di riferimento di presentare sotto la H_1 un processo AR stazionario, I(0), di ordine superiore al primo, com'è invece

nel test DF. Il test ADF ha gli stessi valori critici del test DF. La scelta dell'ordine di "augmentation" del test DF è (in parte) guidata sia dalla periodicità dei dati, che dal **criterio AIC** (che è massimizzato in corrispondenza dell'ordine, sotto certi punti di vista, "ideale").